

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Michel COMBARNOUS

Première thèse

CONVECTION NATURELLE ET CONVECTION MIXTE EN MILIEU POREUX

Deuxième thèse

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

soutenues le 26 novembre 1970 devant la Commission d'Examen

MM. les professeurs E.A. BRUN Président
J.J. BERNARD . . } Examineurs
B. LE FUR }



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549902_0001

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Michel COMBARNOUS

Première thèse

CONVECTION NATURELLE ET CONVECTION MIXTE EN MILIEU POREUX

Deuxième thèse

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

soutenues le 26 novembre 1970 devant la Commission d'Examen

MM. les professeurs E.A. BRUN	Président
J.J. BERNARD	} Examineurs
B. LE FUR	



Nous remercions Monsieur le Professeur E.A. BRUN qui a bien voulu nous faire l'honneur de présider notre jury après avoir dirigé notre travail. La bienveillante attention avec laquelle il a suivi l'évolution de nos recherches a été pour nous un soutien précieux dont nous lui sommes très reconnaissants.

Monsieur le Professeur J.J. BERNARD a bien voulu nous faire l'honneur de participer à notre jury et nous aider à préparer notre seconde thèse. Nous l'en remercions très sincèrement.

Monsieur B. LE FUR, Directeur de Recherche au C.N.R.S., qui a suivi, pas à pas, l'évolution de notre travail a constitué pour nous un recours auquel nous avons souvent fait appel. Nous lui sommes reconnaissants de nous avoir fait ainsi bénéficier de son expérience et le remercions d'avoir bien voulu accepter d'être membre de notre jury.

Nous remercions Monsieur J. LARBRE, Directeur Technique, et Monsieur J. POTTIER, Directeur de Division, qui nous ont permis de développer notre travail de thèse dans le cadre du programme de recherches de la Division Production de l'Institut Français du Pétrole, où nous avons bénéficié d'un climat de compréhension et d'amitié auquel nous avons été sensibles.

Nous tenons à exprimer notre gratitude à Monsieur C. MARLE, Maître de Conférences, et Monsieur P. SOURIEAU, Chef de Département, avec lesquels nous avons eu de nombreuses occasions d'échange et dont le soutien a souvent constitué pour nous un élément d'équilibre indispensable.

Les nombreux éléments expérimentaux qui constituent une base importante de notre travail n'auraient pas pu être rassemblés sans l'aide de Monsieur C. COULATY, qui a mené seul une importante partie des expériences et a activement participé à leur interprétation. Nous gardons le meilleur souvenir de cette collaboration. Nous remercions également Messieurs CHETCUTI et NUNGESSER qui nous ont apporté leur concours dans certaines étapes du travail expérimental.

Nous tenons enfin à remercier Mesdames BACOU, CHAUMAIZIERE, GRANELLI et Monsieur CHARTIER pour leur importante contribution à la présentation des résultats obtenus et à la réalisation de ce texte.

S O M M A I R E

	<u>Pages</u>
1 - Introduction	1
2 - Eléments bibliographiques	3
3 - Analyse théorique	5
4 - Théorie linéaire de la convection en couche horizontale	19
5 - Principes de l'étude expérimentale entreprise	29
6 - Convection naturelle dans une couche horizontale : résultats expérimentaux	35
7 - Convection mixte dans une couche horizontale : résultats expéri- mentaux	43
8 - Convection naturelle dans une couche inclinée : résultats expéri- mentaux	49
9 - Convection mixte dans une couche inclinée : résultats expérien- taux	53
10 - Etude numérique de la convection naturelle en couche horizontale	55
11 - Conclusions générales	63
NOTATIONS	65
BIBLIOGRAPHIE	67
ANNEXE I - Analyse dimensionnelle	73
ANNEXE II - Description détaillée de l'appareillage	77
ANNEXE III - Interprétation des résultats bruts des mesures de transfert de chaleur	83
ANNEXE IV - Mesure des conductivités et diffusivités thermiques des solides peu conducteurs et des milieux poreux de faible granulométrie	97
ANNEXE V - Modèles numériques de convection naturelle	107

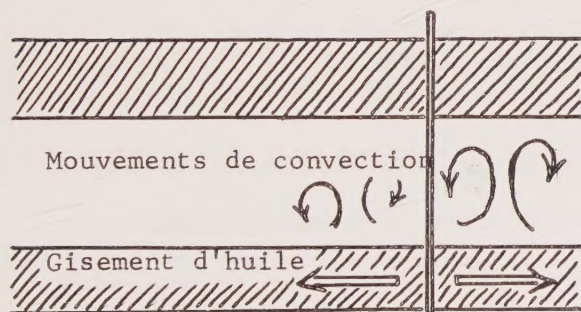
CONVECTION NATURELLE ET CONVECTION MIXTE EN MILIEU POREUX

1 - INTRODUCTION

L'apparition au sein d'un milieu poreux de gradients de température entraîne l'existence de différences de masse volumique du fluide saturant. De telles différences peuvent avoir, dans certains cas, par action de la pesanteur, une influence sur la distribution des vitesses du fluide au sein du milieu. On dit alors qu'il y a CONVECTION NATURELLE d'origine thermique lorsque le milieu est limité par des frontières imperméables et CONVECTION MIXTE lorsque le fluide saturant est animé d'un mouvement d'ensemble.

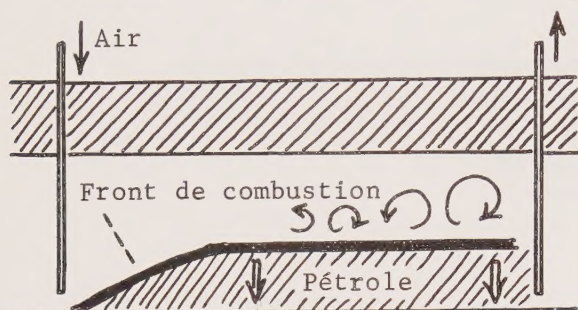
Le cas d'un gradient moyen de température vertical de même orientation que l'accélération de la pesanteur, se développant dans des couches horizontales dont l'extension est plus importante que l'épaisseur, correspond à quelques configurations où des informations recueillies dans une analyse précise pourraient être utilisées. De telles configurations sont rencontrées, par exemple, dans les domaines de l'hydrogéologie, de l'exploitation de l'énergie géothermique ou lors de la mise en oeuvre des méthodes thermiques de production du pétrole.

Dans ce dernier domaine, nous pouvons citer l'évaluation des fuites thermiques lors de l'injection d'un



fluide chaud, eau chaude ou vapeur d'eau, dans une couche pétrolifère, les formations encaissantes étant saturées d'eau : suivant les conditions d'injection, des mouvements de convection peuvent se développer au-dessus de la couche où se fait l'injection, modifiant la distribution de température dans l'ensemble des couches et le rendement thermique du procédé.

Lors de l'utilisation, dans des formations épaisses du procédé de récupération de pétrole par combustion in situ, le front de combustion peut



être horizontal, se propageant vers les profondeurs croissantes : dans une telle configuration due à la ségrégation par gravité, l'approvisionnement en oxygène du front de combustion se fait par diffusion dans la phase gazeuse, dispersion par la matrice solide et convection mixte.

Nous présentons dans ce texte une analyse de la convection naturelle et de la convection mixte au sein d'une couche poreuse limitée par deux plans parallèles isothermes. Cette analyse s'est développée à partir d'une étude expérimentale qui couvre une large plage de conditions opératoires. Dans la plupart des expériences réalisées la couche poreuse est horizontale. Quelques séries d'essais sont cependant consacrées aux phénomènes convectifs en couche inclinée.

Les résultats expérimentaux obtenus ont été comparés à ceux que permettent de développer les analyses théoriques de la convection et principalement la théorie linéaire. Plusieurs modèles numériques ont été mis au point : les résultats qu'ils ont permis d'obtenir tant sur les distributions de température et de vitesse que sur le transfert de chaleur global dans un milieu siège de courants de convection ont confirmé les résultats expérimentaux.

2 - ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

Compte tenu de l'analogie existant entre la convection en milieu poreux et la convection au sein d'un volume fluide, analogie dont nous retrouvons certaines manifestations dans les résultats obtenus, nous donnons ici quelques indications sommaires sur la convection naturelle et la convection mixte dans une couche fluide. Les différents aspects de la convection en milieu poreux qui ont été abordés sont ensuite détaillés.

2.1 - CONVECTION AU SEIN D'UN VOLUME FLUIDE

La convection naturelle au sein d'une phase fluide limitée par des surfaces de formes variées a été étudiée tant en ce qui concerne les conditions d'apparition de la convection que le transfert de chaleur et la forme des cellules.

Les études expérimentales ont été principalement consacrées à la convection dans des enceintes parallélépipédiques ou dans des couches de grande extension limitées par deux surfaces planes parallèles. Dans ce dernier cas les conditions d'apparition de la convection appréhendées à l'aide de la théorie linéaire (voir SALTZMAN) sont remarquablement confirmées par l'expérience (par exemple THOMPSON). Des mesures de transfert de chaleur en régime permanent ont été réalisées dans une large gamme de conditions expérimentales (voir CHANDRASEKHAR). Les distributions de température au sein de la phase fluide ont été mesurées dans le cas de couches verticales (ELDER 1) et, dans le cas de couches horizontales les formes des cellules convectives, rouleaux contrarotatifs ou polyèdres réguliers à section horizontale hexagonale, ont été précisées en convection naturelle (BENARD) et, dans certains cas, en convection mixte (AVSEC, MORI).

Sur le plan théorique, la théorie linéaire a fait l'objet de maints développements (voir CHANDRASEKHAR et SALTZMAN). Des études numériques ont d'autre part été réalisées (AZIZ 1, FROMM, SAMUELS).

2.2 - CONVECTION DANS UN MILIEU POREUX SATURE

Certains aspects de la convection naturelle en milieu poreux ont déjà été abordés :

- Les conditions d'apparition de la convection naturelle dans une couche homogène horizontale ont été déterminées dans le cas où la masse volumique du fluide saturant le milieu varie linéairement avec la température. La théorie linéaire (HORTON, LAPWOOD, KATTO) conduit à la définition d'une valeur critique du nombre de Rayleigh rapporté au milieu poreux Ra^* , valeur critique qui dépend des conditions aux limites imposées sur les surfaces horizontales limitant le milieu et au-delà de laquelle les mouvements de convection se développent. En s'affranchissant des hypothèses de la théorie linéaire et

en étudiant les possibilités de propagation de perturbations de forme quelconque, WESTBROOK a étendu ce résultat théorique. Le critère théorique de convection a été vérifié expérimentalement (SCHNEIDER, ELDER 2, KATTO) dans le cas d'un milieu poreux limité par deux surfaces planes imperméables et isothermes (dans ce cas la valeur critique de Ra^* est égale à 472). Certains auteurs ne confirment pas ce résultat (HORTON, DIRKSEN) mais leurs techniques expérimentales de détermination comme certains aspects de leurs méthodes d'interprétation sont critiquables (COMBARNOUS 3).

- Les conditions d'apparition de la convection naturelle dans des couches horizontales ont été également déterminées, à l'aide de la théorie linéaire, dans des cas plus complexes : milieux poreux hétérogènes (GREEN), liquide saturant les pores dont la densité ne varie pas linéairement en fonction de la température (SUN ZU-SHUNG) ou dépend également d'une concentration de sel (NIELD).

- Quelques déterminations expérimentales du transfert de chaleur moyen à travers des couches horizontales limitées par des surfaces isothermes ont été effectuées (ROGERS, SCHNEIDER, KATTO, ELDER 2), la gamme des conditions opératoires étant cependant réduite.

- Dans le domaine de l'étude de la forme des cellules convectives nous noterons que dans une couche horizontale à surface libre, des cellules prismatiques à base hexagonale analogues à celles obtenues en l'absence de milieu poreux ont été observées (BORIES 2 et 4).

- L'étude numérique des écoulements convectifs a fait l'objet de quelques travaux (ELDER 2 et 3, WOODING, AZIZ 2, HOLST, CHAN), travaux consacrés à l'analyse, en régime transitoire ou permanent, des mouvements se développant dans une enceinte de forme déterminée en général parallélépipédique. Les résultats obtenus portent principalement sur le transfert de chaleur moyen et la distribution des températures et des vitesses de filtration au sein du milieu. La plupart de ces résultats n'ont pas été confrontés avec des résultats expérimentaux et ne tiennent compte ni de la forme des cellules de convection ni de la nature des écoulements. Enfin certaines hypothèses adoptées sont parfois physiquement critiquables.

Nous noterons enfin que peu d'études ont été consacrées à la convection mixte en milieu poreux, seule étant à mentionner une transposition, à ce cas, de l'analyse linéaire de la convection naturelle (PRATS).

3 - ANALYSE THEORIQUE

La convection d'origine thermique est l'exemple classique d'un phénomène physique où interviennent, étroitement couplés, des mécanismes de transfert de masse et de transfert de chaleur. Si la formulation des équations qui régissent les écoulements isothermes en milieu poreux pose peu de problèmes, du moins en régime permanent, la description du transfert de chaleur est plus délicate. Nous nous attacherons donc d'abord à mieux définir les moyens d'approche du transfert de chaleur en milieu poreux. Après avoir ensuite précisé les systèmes d'équations utilisés pour décrire la convection en milieu poreux, nous dégagerons enfin les résultats de l'analyse dimensionnelle que permet la formulation de ces systèmes d'équations.

3.1 - TRANSFERT DE CHALEUR EN MILIEU POREUX

3.1.1 - Quelques hypothèses simplificatrices

Les équations de description du transfert de chaleur que nous explicitons dans ce chapitre sont présentées en tenant compte de plusieurs hypothèses simplificatrices :

- les termes de "dissipation visqueuse" sont supposés négligeables
- les caractéristiques thermiques des phases solide et liquide, chaleurs volumiques et conductivités thermiques sont supposées constantes, indépendantes de la température. Cette hypothèse, justifiée dans les cas que nous étudions n'est introduite que pour faciliter l'écriture des équations.

La première de ces hypothèses est également justifiée dans le cadre des travaux expérimentaux que nous avons réalisés. Le nombre de Eckert correspondant à la vitesse de filtration maximale rencontrée dans une cellule convective (§ 10.3.4) reste petit ($< 10^{-4} - 10^{-5}$), le nombre de Prandlt des fluides saturants utilisés étant eux-mêmes faibles. Ces conditions sont celles de nombreuses configurations réelles (hydrologie, principales applications pétrolières, etc...) et l'hypothèse choisie ne présente pas un caractère trop restrictif.

Par contre dans le cas de fluides très visqueux cette hypothèse est critiquable. Dans un tel cas nous rencontrerions d'ailleurs en tentant d'explicitier les termes de "dissipation visqueuse" des difficultés de changement d'échelle analogues à celles que nous décrivons maintenant.

3.1.2 - Difficultés d'une approche mathématique rigoureuse

Les équations qui décrivent les phénomènes simples en milieu poreux, inspirées des équations des milieux continus, font toutes appel au concept de MILIEU CONTINU FICTIF, équivalent au milieu réel. Dans ce ou ces milieux fictifs les phénomènes sont décrits de la même manière qu'à l'échelle du pore par des équations du même type.

Une approche rigoureuse du phénomène en milieu poreux, élaborée au terme d'un changement d'échelle qui permet le passage de l'échelle du pore à celle du milieu homogène, comprend trois étapes importantes :

- la formulation des équations microscopiques à l'échelle du pore;
- la définition de grandeurs moyennes;
- des prises de moyennes effectuées sur les équations microscopiques qui, après introduction des grandeurs moyennes, donnent des équations du même type.

Le transfert de chaleur en milieu poreux lorsqu'un fluide circule dans ces pores est décrit à l'échelle du pore par le système suivant :

- équation en tout point M du bloc poreux, à l'exception de la surface spécifique de contact entre solide et fluide :

$$\operatorname{div} \left[\bar{\lambda}_j \otimes \vec{\operatorname{grad}} T \right] - \operatorname{div} \left[(\rho c)_j T \vec{V}_j \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[(\rho c)_j T \right] \quad (1)$$

- conditions aux limites sur la surface spécifique, conditions données par les lois classiques de la conduction :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_s = T_f \\ (\bar{\lambda}_s \otimes \vec{\operatorname{grad}} T_s) \cdot \vec{n} = (\bar{\lambda}_f \otimes \vec{\operatorname{grad}} T_f) \cdot \vec{n} \\ \vec{V}_f = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

Dans ces relations, $j = f$ si M est dans la phase liquide et $j = s$ si M est dans le solide. V désigne la vitesse (avec bien sûr $V_s = 0$) et $\vec{n}$ un vecteur normal à la surface spécifique. Nous supposons également que le tenseur des conductivités thermiques est sphérique (comportement thermique isotrope du fluide et du solide).

Essayons maintenant de définir des grandeurs moyennes qui permettent de décrire le transfert de chaleur à l'échelle du milieu homogène par l'équation classique des milieux continus fluides (les termes de dissipation visqueuse sont négligés) :

$$\operatorname{div} [\bar{\lambda}_m \otimes \vec{g} \operatorname{grad} T_m] - \operatorname{div} [(pc)_m \vec{V}_m T_m] = \frac{\partial}{\partial t} [(pc)_m T_m] \quad (3)$$

Pour effectuer cette prise de moyenne il est, en général fait appel à une fonction de pondération, sous-entendue dans le signe $\int_B$, qui permet d'obtenir des grandeurs moyennes continues et indéfiniment dérivables même si la grandeur microscopique pondérée ne l'est pas: Il suffit pour cela de choisir une fonction de pondération à support borné B, qui soit elle-même continue et indéfiniment dérivable (MARLE 2). Le résultat de la prise de moyenne effectuée sur l'équation (1) s'explique sous la forme :

$$\int_B \operatorname{div} [\bar{\lambda}_j \cdot \vec{g} \operatorname{grad} T] d\vec{x} - \int_B \operatorname{div} [(pc)_f \vec{V}_j T] d\vec{x} = \int_B \frac{\partial [(pc)_j T]}{\partial t} d\vec{x} \quad (4)$$

équation que nous pouvons écrire, puisque la grandeur $[(pc)_f \vec{V}_j T]$ est continue dans toute la boule et que les composantes normales des vecteurs $[\bar{\lambda}_j \cdot \vec{g} \operatorname{grad} T]$ sur la surface spécifique sont égales :

$$\operatorname{div} \int_B \bar{\lambda}_j \cdot \vec{g} \operatorname{grad} T d\vec{x} - \operatorname{div} \int_B (pc)_f \vec{V}_j T d\vec{x} = \frac{\partial}{\partial t} \int_B (pc)_j T d\vec{x} \quad (5)$$

Définissons une température qui permette l'identification des seconds membres de (3) et (5) soit :

$$T_m = \frac{1}{(pc)_m} \int_B (pc)_j T d\vec{x} \quad (6)$$

$(pc)_m$ est défini par une condition de cohérence de cette définition : si le milieu poreux est isotherme dans la boule B, la valeur de T_m doit être égale à T d'où :

$$(pc)_m = \varepsilon (pc)_f + (1-\varepsilon)(pc)_s \quad (7)$$

Supposant la densité du fluide invariable (pas d'effet de la dilatation thermique) et remarquant que $\int_B \vec{V}_j d\vec{x}$ n'est autre que la vitesse de filtration $\vec{V}$ choisissons pour vitesse moyenne $\vec{V}_m$ telle que :

$$\vec{V}_m = \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)_m} \vec{V} \quad (8)$$

L'identification des premiers membres des relations (3) et (4) conduit, à une constante près à

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_m \otimes \text{grad } T_m &= \int_B \bar{\lambda}_j \otimes \text{grad } T d\vec{x} - (\rho c)_f \int_B [\vec{V}_j T - \vec{V} T_m] d\vec{x} \\ &= A + B \end{aligned} \quad (9)$$

Cette relation appelle deux remarques :

- le terme B traduit l'influence de l'écoulement du fluide sur un tenseur de conductivité thermique équivalent éventuel $\bar{\lambda}_m$; ce terme n'est pas nul puisque $\vec{V}_j T$, nul dans la phase solide ne dépend que de l'état du liquide dans les pores du milieu, dans la boule B, alors que $\vec{V} T_m$ au contraire dépend par T_m de l'état thermique de la matrice solide;
- dans le cas simple où il n'y a pas d'écoulement la relation précédente est réduite à :

$$\bar{\lambda}_m \otimes \text{grad } T_m = \frac{\bar{\lambda}_m}{(\rho c)_m} \int_B (\rho c)_j \text{grad } T d\vec{x} = \int_B \bar{\lambda}_j \otimes \text{grad } T d\vec{x} \quad (10)$$

ce qui montre l'influence de la texture du milieu et de la distribution des températures elle-même sur $\bar{\lambda}_m$.

Le choix d'une équation macroscopique telle que (3) ne permet pas l'identification d'un milieu poreux et d'un milieu continu. Le passage de l'échelle du pore à l'échelle macroscopique présente donc des difficultés qui interdisent en toute rigueur l'utilisation d'une équation macroscopique du même type que les équations microscopiques.

3.1.3 - Les différents modes de description utilisés

Sur le plan quantitatif il convient de ne pas exagérer l'importance des difficultés que nous venons d'explicitier : d'une part les termes correctifs introduits semblent devoir être relativement faibles, d'autre part nous avons négligé dans la formulation des équations régissant le transfert de chaleur un certain nombre de phénomènes secondaires d'importance probablement comparable comme, par exemple, la dissipation d'énergie due à la viscosité.

Compte tenu des difficultés que nous avons évoquées, la description mathématique du transfert de chaleur en milieu poreux, s'effectue toujours à partir de modèles suggérés par deux hypothèses différentes qui sont l'une ou l'autre adoptées :

- la première utilise le concept de coefficient de conductivité thermique équivalente,
- la seconde conduit à distinguer les températures du fluide et du solide en exprimant le flux de chaleur passant du fluide à la matrice solide à l'aide d'un coefficient de transfert.

3.1.4 - Concept de conductivité thermique globale équivalente

Cette hypothèse qui implique l'assimilation du milieu poreux à un milieu fictif unique consiste à admettre que dans tout le volume élémentaire sur lequel on effectue un bilan énergétique les températures moyennes du solide $\bar{T}_s$ et du fluide $\bar{T}_f$ sont égales :

$$\bar{T}_s = \bar{T}_f = T \quad (11)$$

Cette hypothèse d'un transfert de chaleur instantané entre solide et fluide (coefficient de transfert infini) conduit à la formulation d'une équation telle que (3) analogue à l'équation microscopique de conduction de chaleur soit :

$$\text{div} [\bar{\lambda}^* \otimes \vec{\text{grad}} T] - \text{div} [(pc)_f \vec{V} T] = \frac{\partial}{\partial t} [(pc)^* T] \quad (12)$$

ce en utilisant la vitesse de filtration $\vec{V}$ pour décrire l'écoulement. Comme nous l'avons vu :

$$(pc)^* = \varepsilon (pc)_f + (1-\varepsilon)(pc)_s \quad (13)$$

Le tenseur de conductivité thermique équivalent $\bar{\lambda}^*$ dépend des conductivités des phases fluide et solide ainsi que de la texture du solide poreux et ce d'une manière complexe.

De nombreux modèles de conductivité thermique ont été développés (BARADAT) qui permettent l'estimation de $\bar{\lambda}^*$ avec une précision correcte pour des travaux de génie chimique ou pétrolier, dans le cas de milieux poreux constitués par des éléments très réguliers (sphères, etc...)

Signalons enfin que l'influence de la vitesse d'écoulement sur la valeur de $\bar{\lambda}^*$ a été étudiée (BIA 1) : cette influence semble négligeable dans la gamme des vitesses que nous rencontrerons tant en convection naturelle qu'en convection mixte : le tenseur $\bar{\lambda}^*$ sera donc supposé sphérique.

3.1.5 - Hypothèse conduisant à l'emploi d'un coefficient de transfert fluide-solide

Cette hypothèse consiste à distinguer lors du déplacement d'un fluide à travers un milieu poreux la température moyenne de la phase solide $\bar{T}_s$ et celle du fluide $\bar{T}_f$, moyennes prises dans un volume élémentaire de référence. Le modèle mathématique comprend deux équations de transfert de chaleur obtenues en faisant un bilan énergétique propre à chaque phase, liquide, puis solide :

$$\begin{aligned} \text{div} [\bar{\lambda}_f^* \otimes \text{grad } \bar{T}_f] - \text{div} [(\rho c)_f \bar{T}_f \vec{V}] &= \frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon (\rho c)_f \bar{T}_f] + h [\bar{T}_f - \bar{T}_s] \\ \text{div} [\bar{\lambda}_s^* \otimes \text{grad } \bar{T}_s] &= \frac{\partial}{\partial t} [(1-\varepsilon)(\rho c)_s \bar{T}_s] + h [\bar{T}_s - \bar{T}_f] \end{aligned} \quad (14)$$

Les tenseurs $\bar{\lambda}_f^*$ et $\bar{\lambda}_s^*$ désignent des conductivités équivalentes qui tiennent compte, entre autres paramètres :

- pour $\bar{\lambda}_s^*$ de l'état de division de la phase solide;
- pour $\bar{\lambda}_f^*$ de la dispersion dynamique due à la présence du milieu poreux.

Ce système d'équations met en évidence la quantité de chaleur transmise par le fluide au solide sous la forme $h (\bar{T}_f - \bar{T}_s)$. Cette forme simple ne doit pas faire illusion :

- dans chacune des phases les écarts de température entre deux points d'un même volume élémentaire peuvent être du même ordre de grandeur que $(\bar{T}_f - \bar{T}_s)$ ou même supérieurs à $(\bar{T}_f - \bar{T}_s)$, ce qui ôte de l'intérêt aux notions de températures moyennes du fluide et du solide;
- le coefficient h n'est pas constant et ses variations ne sont pas connues.

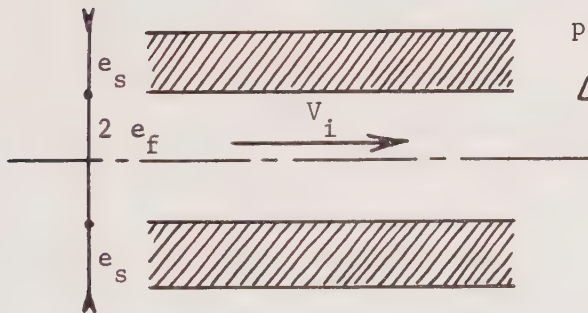
Le choix d'un système tel que (14) est utile lorsque les vitesses de déplacement où les écarts initiaux de température sont importants : $\bar{T}_f$ et $\bar{T}_s$ peuvent être notablement différents, la dispersion des $\bar{T}_f$ et $\bar{T}_s$ autour de leur valeur moyenne dans un même volume élémentaire étant faible par rapport à $(\bar{T}_f - \bar{T}_s)$.

3.1.6 - Choix entre ces deux hypothèses

Dans l'étude du transfert de chaleur dans des milieux poreux de faible granulométrie (terrains naturels etc...), l'hypothèse 3.1.4 est en général retenue comme la plus acceptable. Ce choix peut être justifié par l'analyse de l'écoulement unidimensionnel d'un liquide chaud entre deux plaques parallèles dont l'écartement et l'épaisseur sont évalués de manière à rendre cette expérience comparable à l'écoulement en milieu poreux. Une étude sur la diffusion avec écoulement dans un milieu poreux stratifié (MARLE 1) - les équations de propagation sont identiques - a permis la détermination de l'évolution réelle des températures dans un tel cas. Elle montre que les profils de température $\bar{T}_f$ et $\bar{T}_s$ sont décalés mais qu'un régime asymptotique est très vite atteint durant lequel l'écart Δx (xx' direction de l'écoulement) entre les barycentres des deux distributions de température reste constant. Nous en déduisons que si Δx est important il est nécessaire de bien mettre en évidence l'échange de chaleur fluide-solide et l'écriture que suggère l'hypothèse (3.1.5) est utile. Si au contraire Δx est faible, nous pouvons adopter l'hypothèse (3.1.4).

Remarquons que nous appuyons notre réflexion sur un modèle composé de deux plaques planes parallèles. Il serait plus judicieux d'examiner des capillaires concentriques mais les écarts numériques sont faibles entre les résultats de ces représentations.

* Evaluation du Δx réel



Si V_i est la vitesse moyenne du fluide, e_s et e_f les épaisseurs respectives des plaques solides et de la couche fluide,

Δx est exprimé par (MARLE 1) :

$$\Delta x = V_i \frac{(\rho c)_f e_f}{3(1+m)} \left[\frac{e_s}{\lambda_s} + \frac{m+6}{5} \frac{e_f}{\lambda_f} \right] \quad (15)$$

avec :

$$m = [e_f (\rho c)_f] / [e_s (\rho c)_s] \quad (16)$$

L'écart Δx obtenu à l'aide de la formule précédente correspond à l'écart réel qui pourrait par exemple être évalué par l'expérience. Nous pouvons aussi envisager de traiter ce problème en utilisant les deux concepts discutés aux paragraphes 3.1.4 et 3.1.5.

* L'hypothèse d'un coefficient de conductivité thermique global équivalent conduit à l'écriture d'une équation unique :

$$\lambda^* \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \varepsilon (\rho c)_f V_i \frac{\partial T}{\partial x} - [(\rho c)_f \varepsilon + (\rho c)_s (1 - \varepsilon)] \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (17)$$

en supposant λ^* indépendant de T et avec $\varepsilon = e_f / (e_f + e_s)$.

L'hypothèse qui suggère le choix d'une telle équation entraîne évidemment le calcul d'un profil de température moyenne identique dans le fluide et le solide ($\Delta x'' = 0$).

* L'utilisation du concept de coefficient de transfert conduit à l'écriture du système suivant :

$$\begin{aligned} e_f \lambda_f \frac{\partial^2 \bar{T}_f}{\partial x^2} - e_f (\rho c)_f \left[V_i \frac{\partial \bar{T}_f}{\partial x} + \frac{\partial \bar{T}_f}{\partial t} \right] &= h [\bar{T}_f - \bar{T}_s] \\ e_s \lambda_s \frac{\partial^2 \bar{T}_s}{\partial x^2} - e_s (\rho c)_s \frac{\partial \bar{T}_s}{\partial t} &= h [\bar{T}_s - \bar{T}_f] \end{aligned} \quad (18)$$

Le coefficient h est déterminé de manière à ce que les moments d'ordre deux de la distribution réelle des températures $\bar{T}_f$ et $\bar{T}_s$ et de la distribution des $\bar{T}_f$ et $\bar{T}_s$ calculés par le système choisi soient identiques. On remarque alors que la résolution de ce système conduit à des profils de température $\bar{T}_f(x)$ et $\bar{T}_s(x)$ décalés d'une distance $\Delta x'$ différente du Δx réel. Nous observons donc que même dans ce cas, simple par rapport à l'écoulement dans un milieu poreux, l'écriture d'un système du type (14) entraîne en supposant h constant, des écarts par rapport à la réalité. Nous avons en effet (MARLE 1) :

$$\Delta x' = V_i \frac{(\rho c)_f e_f}{3(1+m)} \left[\frac{e_s}{\lambda_s} + \frac{2m^2 + 18m + 51}{35} \frac{e_f}{\lambda_f} \right] \neq \Delta x \quad (19)$$

* Dans le cas d'un milieu constitué par de l'eau et du sable ($d = 2 \text{ mm}$) et lorsque la vitesse n'excède pas $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ une application numérique nous indique que :

$$\begin{aligned} \Delta x &< 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ m} \\ \Delta x' &\approx 1,5 \Delta x \end{aligned} \quad (20)$$

Dans ce cas le modèle utilisant le concept de coefficient de transfert n'apparaît pas justifié. Par contre lorsque les vitesses d'écoulement sont plus importantes (mouvements convectifs très développés) et les milieux poreux de forte granulométrie, une description du transfert de chaleur suivant l'hypothèse 3.1.5 peut se révéler utile.

3.2 - ÉCOULEMENT EN MILIEUX POREUX

Les lois d'écoulement en milieu poreux comme les lois du transfert de chaleur ne constituent que des approximations et il n'est pas possible de dériver rigoureusement ces lois à l'aide de prises de moyennes effectuées sur l'équation de Navier Stokes évidemment susceptible de décrire d'une manière satisfaisante l'écoulement dans chacun des pores (MARLE 2).

En écoulement permanent uniforme des considérations expérimentales ont permis de développer une relation phénoménologique connue sous le nom de loi de Darcy :

$$\vec{V} = \frac{K}{\nu} \left(-\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \vec{g} \right) \quad (21)$$

où K est la perméabilité que nous exprimons sous la forme d'un scalaire, hypothèse valable dans le cas d'un milieu isotrope.

Pour décrire les écoulements transitoires ou non uniformes nous choisissons l'équation suivante :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\vec{V} \text{grad} \right) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \vec{g} - \frac{\nu}{K} \vec{V} \quad (22)$$

équation souvent utilisée (voir par exemple WOODING). Cette équation qui peut se justifier par des prises de moyenne de l'équation microscopique valable dans les pores, prises de moyenne réalisées à l'aide d'hypothèses simplificatrices, ne constitue qu'une approximation. En particulier le terme $\left[\frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \text{grad}) \vec{V} \right]$ devrait être pondéré par un coefficient multiplicatif proche de l'unité mais non égal à 1 qui tient compte de la texture du milieu.

Nous noterons que la formulation exacte des deux premiers termes n'a pas d'influence sur les résultats de la théorie linéaire et que les calculs numériques que nous développons au chapitre 10 n'utilisent que l'équation du régime permanent établi, équation dans laquelle nous négligeons le terme $[(1/\varepsilon^2)(\vec{V} \cdot \text{grad}) \vec{V}]$.

3.3 - EQUATION D'ETAT DU FLUIDE ET EQUATION DE CONTINUITE

Dans la formulation de l'équation d'état du fluide saturant les pores nous supposons que la pression n'a que peu d'influence sur la masse volumique et que cette masse volumique est une fonction linéaire de la température :

$$\rho = \rho_2 [1 - \alpha(T - T_2)] \quad (23)$$

où T_2 est un niveau de référence.

Cette hypothèse est valable dans le cas où le fluide saturant est un liquide lorsque les différences de température ne sont pas trop importantes ou un gaz dans une couche poreuse où la pression est relativement uniforme (cas d'un réservoir de gaz à grande profondeur).

L'équation de continuité quant à elle s'écrit :

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (24)$$

3.4 - ANALYSE DIMENSIONNELLE

L'analyse dimensionnelle des phénomènes physiques peut être menée soit à partir du système de relations, équations et conditions aux limites, les décrivant, soit directement à partir de l'ensemble des grandeurs physiques dont l'intuition et l'expérience nous suggèrent qu'ils dépendent. Lorsqu'un phénomène physique peut être décrit à l'aide d'équations établies d'une manière parfaitement rigoureuse, le recours à ces deux voies différentes n'est pas nécessaire et l'ensemble des nombres sans dimension dont l'influence sur les phénomènes est prévisible peut être déterminé à partir d'un système d'équations.

Les équations utilisées pour décrire les phénomènes de transfert de chaleur et de masse en milieu poreux n'ont pas comme nous l'avons vu, un caractère parfaitement rigoureux. Nous avons donc distingué les deux voies et tenté, en ce qui concerne la convection naturelle en couche horizontale, une analyse dimensionnelle d'une part à partir du système simplifié d'équations utilisé dans la théorie linéaire d'autre part directement à partir d'un ensemble de grandeurs physiques.

3.4.1 - Analyse dimensionnelle réalisée à partir d'un système simplifié d'équations

Le système utilisé dans cette approche est constitué par les équations que nous avons indiquées dans les paragraphes précédents, le transfert de chaleur étant décrit par une équation unique et le terme $[(1/\varepsilon^2)(\vec{V} \cdot \vec{g})\vec{V}]$ étant négligé dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement ;

$$\lambda^* \operatorname{div} [\vec{g} \operatorname{grad} T] - \operatorname{div} [(\rho c)_f \vec{V} T] = (\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} \quad (25)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = - \vec{g} \operatorname{grad} p + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} \quad (26)$$

$$\rho = \rho_2 [1 - \alpha (T - T_2)] \quad (23)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \vec{V}) = 0 \quad (24)$$

Nous avons donc choisi comme conditions aux limites associées à ce système d'équations celles qui correspondent au problème qui a été traité expérimentalement avec le plus de détails : celui d'une couche horizontale limitée par deux plans parallèles isothermes. Dans la définition des nombres sans dimension nous avons donc fait apparaître la hauteur H de la couche et l'écart ΔT de température entre les deux limites. Les calculs sont détaillés dans l'annexe I. Ils font apparaître l'influence des nombres sans dimension suivants :

$$\frac{v(\rho c)_f}{\lambda^*}, \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}, \frac{\sqrt{K}}{H}, \varepsilon, \frac{1}{\alpha \Delta T}, \frac{g \alpha \Delta T H K}{v^2} \quad (27)$$

3.4.2 - Analyse dimensionnelle directe

Dans la seconde approche choisie, nous avons effectué une analyse dimensionnelle directe à partir des grandeurs physiques dont dépend le phénomène de convection naturelle en couche horizontale, soit :

- les caractéristiques du milieu poreux et du fluide saturant :

$$\varepsilon, K, \nu, \alpha \quad \text{et} \quad \lambda_f, \lambda_s, (\rho c)_f, (\rho c)_s \quad (28)$$

ou $\lambda_f, \lambda^*, (\rho c)_f, (\rho c)^*$

- les paramètres définissant les conditions expérimentales :

$$\Delta T, H, g \quad (29)$$

L'analyse dimensionnelle a été menée à l'aide d'un programme numérique d'analyse automatique. Ce programme est une utilisation directe du théorème de Vaschy-Buckingham : de l'ensemble des grandeurs physiques dont dépend le phénomène sont extraits tous les groupes possibles de grandeurs principales. Le groupe de nombres sans dimension associé à chaque groupe de grandeurs principales est ensuite déterminé. De l'ensemble de groupes de nombres sans dimension nous extrayons ensuite celui dont le sens physique nous apparaît le plus clair. Par analogie avec le groupe (27) nous avons retenu :

$$\frac{\nu (\rho c)_f}{\lambda_f}, \frac{\lambda_f}{\lambda^*}, \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}, \frac{\sqrt{K}}{H}, \varepsilon, \frac{1}{\alpha \Delta T}, \frac{g \alpha \Delta T K H}{\nu^2} \quad (30)$$

L'analyse des phénomènes de convection naturelle en couche horizontale qui mettent en jeu onze grandeurs physiques peut donc être abordée par la recherche de l'influence des sept nombres sans dimension évoqués ci-dessus. En particulier le transfert de chaleur global peut être défini par un nombre de Nusselt Nu^* que nous écrirons symboliquement sous la forme :

$$Nu^* = f \left[Pr, Gr^*, \frac{\lambda_f}{\lambda^*}, \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}, \frac{\sqrt{K}}{H}, \varepsilon, Ga \right] \quad (31)$$

3.4.3 - Remarques

L'analyse directe nous a permis de dégager une série de nombres sans dimension plus complète que la série (27). Ce résultat est une conséquence du fait que le choix du concept de coefficient de conductivité thermique équivalente ne constitue qu'une approximation.

Lorsque le milieu poreux est de très faible granulométrie et la couche poreuse de grande extension les nombres $\sqrt{K}/H$ et Ga sont très petits et nous pouvons peut-être considérer leur influence comme négligeable. Cependant il apparaît nettement que, même lorsque nous supposons que le transfert de chaleur peut être décrit par une équation unique, le transfert global de chaleur par convection dépend d'un grand nombre de paramètres.

On remarquera enfin que certains des nombres sans dimension mentionnés en (27) ou (30) interviennent parfois par leur produit. Nous verrons par exemple au chapitre 4 que le critère d'apparition de la convection est défini à l'aide d'un nombre de Rayleigh rapporté au milieu poreux Ra^* tel que :

$$Ra^* = \frac{\lambda_f \cdot Pr \cdot Gr^*}{\lambda^*} \quad (32)$$

3.4.4 - Cas d'une couche inclinée et de la convection mixte

L'analyse dimensionnelle que nous avons développée est insuffisante dans le cas d'une couche inclinée. Dans un tel cas en effet d'autres paramètres influencent les mouvements de convection. Nous mentionnerons principalement l'inclinaison de la couche et son extension dans le sens de la plus grande pente.

Dans le cas de la convection MIXTE, tant en couche horizontale qu'inclinée, l'influence de la vitesse moyenne de l'écoulement qui intervient en tant que condition à la limite peut être étudiée à travers celle d'un nombre sans dimension, tel que le nombre de Péclet Pe^* , défini par :

$$Pe^* = \frac{\bar{V}_m d (pc)^*}{\lambda^*} \quad (33)$$

$\bar{V}_m$ étant la vitesse de filtration caractérisant l'écoulement moyen.

°

°

°

4 - THEORIE LINEAIRE DE LA CONVECTION DANS UNE COUCHE POREUSE HORIZONTALE ET HOMOGENE

L'ensemble des résultats que permet d'obtenir la théorie linéaire de la convection est présenté dans ce chapitre. Ces résultats portent principalement sur les critères d'apparition de la convection naturelle ainsi que sur les caractéristiques des cellules de convection au voisinage des conditions d'apparition. Certains développements de la théorie linéaire sont déjà anciens et, dans une première partie (§ 4.1 et 4.2) nous reprenons le calcul effectué par LAPWOOD, calcul qui, dans sa forme originale, contient quelques inexactitudes, en particulier dans la définition de Ra^* .

D'autre part, nous mentionnons au paragraphe 4.5 l'utilisation possible des résultats de la théorie linéaire en vue d'obtenir des informations sur le transfert de chaleur moyen hors des conditions critiques.

Le cas traité ici est celui du "fluide de BOUSSINESQ" : toutes les variations de la masse volumique du fluide sont négligées sauf quant à leur influence sur les actions de pesanteur. Seules sont d'ailleurs prises en compte les variations de masse volumique dues à l'action de la température (fluide incompressible). D'autre part, nous admettons une loi linéaire de comportement de la masse volumique en fonction de la température.

4.1 - EQUATIONS ET CONDITIONS AUX LIMITES

Le fluide étant supposé incompressible la vitesse de filtration $\vec{V}$ et la température satisfont comme nous l'avons vu au système d'équations suivant :

$$\lambda^* \operatorname{div} (\operatorname{grad} T) - \operatorname{div} [(\rho c)_f \vec{V} T] = (\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} \quad (25)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \operatorname{grad}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \vec{g} - \frac{\nu}{K} \vec{V} \quad (22)$$

$$\rho = \rho_2 [1 - \alpha(T - T_2)] \quad (23)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \vec{V}) = 0 \quad (24)$$

où T_2 est un niveau de référence.

Etudions la possibilité de propagation d'une perturbation, à partir d'un état initial (noté 0) défini par un gradient uniforme de température β , le fluide étant au repos au sein d'une couche poreuse limitée par deux surfaces horizontales isothermes de températures T_1 pour la plaque supérieure et T_2 pour la plaque inférieure. Cet état initial est défini par :

$$\begin{aligned}\vec{V}_0 &= 0 \\ T_0 &= T_2 - \beta z \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{T_2 - T_1}{H} \\ \rho_0 &= \rho_2 [1 - \alpha(T - T_2)] = \rho_2 (1 + \alpha\beta z) \\ p_0 &= -\rho_2 g z - \rho_2 g \alpha \beta \frac{z^2}{2} + Cte\end{aligned}\tag{34}$$

Soit τ, ϖ et $\vec{V}$ de composantes u, v, w , les écarts à cet état de repos, caractéristiques de la perturbation :

$$\begin{aligned}T &= T_0 + \tau \\ p &= p_0 + \varpi \\ \rho &= \rho_2 [1 - \alpha(T - T_2)] = \rho_0 - \rho_2 \alpha \tau\end{aligned}\tag{35}$$

Nous adoptons d'autre part les hypothèses suivantes :

- l'hypothèse de BOUSSINESQ, déjà indiquée, les variations relatives de la masse volumique étant supposées faibles. La masse volumique moyenne à $T = T_1 + \Delta T/2$ sera notée ρ .

- tous les écarts ($\tau, \varpi, \vec{V}$) sont suffisamment petits pour que nous puissions négliger les termes du second ordre (hypothèses de la théorie linéaire).

Compte tenu de l'équation de continuité, les équations (22) et (23) s'écrivent alors :

$$** \quad \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = - \vec{g} \text{grad } \varpi - \rho \vec{g} \alpha \tau - \frac{\mu}{K} \vec{V}\tag{36}$$

dont la projection sur l'axe des z donne :

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{\partial \varpi}{\partial z} + \rho g \alpha \tau - \frac{\mu}{K} w\tag{37}$$

$$** \quad \lambda^* \nabla^2 \tau + (\rho c)_f w \beta = (\rho c)^* \frac{\partial \tau}{\partial t}\tag{38}$$

Posons $R = \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}$, $a^* = \frac{\lambda^*}{(\rho c)^*}$ et écrivons (38) sous la forme :

$$a^* \nabla^2 \tau + R w \beta = \frac{\partial \tau}{\partial t} \quad (39)$$

Afin d'expliciter l'équation à laquelle satisfait τ , éliminons w et w . La divergence des deux membres de (36) donne :

$$0 = -\nabla^2 w + \rho \alpha g (\partial \tau / \partial z) \quad (40)$$

D'autre part, éliminons w de (37) et (38), d'où :

$$\beta \left[-\frac{\partial w}{\partial z} + \rho \alpha g \tau \right] = \frac{\mu}{R K} \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} - a^* \nabla^2 \tau \right) + \frac{\rho}{R} \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial t^2} - a^* \frac{\partial \nabla^2 \tau}{\partial t} \right) \quad (41)$$

que nous pouvons écrire :

$$-\frac{\partial w}{\partial z} + \rho \alpha g \tau = \frac{1}{\beta R} \left(\rho \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mu}{K} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - a^* \nabla^2 \right) \tau \quad (42)$$

Éliminons alors w entre (40) et (42)

$$\left(\rho \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mu}{K} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - a^* \nabla^2 \right) \nabla^2 \tau = R \beta g \alpha \rho \nabla_{xy}^2 \tau \quad (43)$$

avec :

$$\nabla_{xy}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (44)$$

4.2 - CRITERE D'APPARITION DE LA CONVECTION

4.2.1 - Milieu poreux limité par des surfaces isothermes et imperméables

Dans ce cas, les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} \tau = 0 \\ w = 0 \end{cases} \quad \text{pour } z = 0 \text{ et } H \quad (45)$$

La condition aux limites sur la vitesse de filtration peut, à l'aide de l'équation (38), se transformer en une condition sur les perturbations de température. D'où finalement :

$$\tau = 0 \text{ et } \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2} = 0 \text{ pour } z = 0 \text{ et } H \quad (46)$$

Cherchons une solution de la forme générale :

$$\tau = Z \sin \frac{2\pi x}{M} \sin \frac{2\pi y}{N} e^{nt} \quad (47)$$

où Z est une fonction de z . Cette solution qui correspond à des cellules de convection prismatiques à base rectangulaire de côtés M et N n'est pas la seule possible (§ 4.3) mais nous la choisissons dans cette partie de la démonstration pour des raisons de simplicité.

Les conditions aux limites sont satisfaites par une fonction Z de la forme :

$$Z = A \sin \frac{s\pi z}{H} \quad (A \text{ constant, } s \text{ entier}) \quad (48)$$

L'équation (43) prend la forme :

$$\left(n + \frac{\mu}{K}\right) \left(n + a^* \frac{a^2 + s^2 \pi^2}{H^2}\right) (a^2 + s^2 \pi^2) = R \beta g \alpha \rho a^2 \quad (49)$$

avec :

$$a^2 = 4\pi^2 \left[\left(\frac{H}{M}\right)^2 + \left(\frac{H}{N}\right)^2 \right] \quad (50)$$

Une perturbation τ de la forme choisie se développera si l'équation précédente (49) en n admet au moins une racine réelle positive. La condition de stabilité marginale est donc donnée par $n = 0$ dans (49), soit :

$$\beta = \frac{\Delta T}{H} = \frac{\mu a^*}{KH^2 R g \alpha \rho} \cdot \frac{(a^2 + s^2 \pi^2)^2}{a^2} \quad (51)$$

s étant entier et a quelconque la plus petite valeur possible du gradient de température β , est obtenue pour $s = 1$ et $a = \pi$. Dans ce cas le nombre de Rayleigh Ra^* défini par :

$$Ra^* = g \frac{\alpha \rho (p_0) f}{\mu} \cdot \frac{K}{\lambda^*} \cdot \Delta T H = \frac{(a^2 + s^2 \pi^2)^2}{a^2} \quad (52)$$

atteint la valeur critique $(Ra^*)_c = 4\pi^2$.

4.2.2 - Modes successifs d'instabilités

La valeur de s correspondant à l'apparition de la convection est $s = 1$. Elle définit le premier mode de convection. Mais il est également intéressant d'examiner les possibilités d'existence de mouvements convectifs correspondant à des valeurs supérieures de s : dans de tels cas, chaque cellule de convection ne se développe pas sur l'ensemble de la hauteur de la couche poreuse et l'organisation cellulaire peut être décrite comme la superposition de différentes couches de cellules. Une forme de mode s est possible, d'après la théorie linéaire, dès que le gradient de température β est supérieur au minimum du second membre de l'équation (51) correspondant à cette même valeur de s . Ce minimum est atteint lorsque : $a = s\pi$ et les nombres de Rayleigh critiques d'apparition des modes successifs d'instabilité de numéro d'ordre s , sont donc :

$$(Ra^*)_{c,s} = 4s^2\pi^2 \quad (53)$$

Cette relation définit les conditions d'apparition d'un mode d'instabilité de rang s à partir d'un état initial où la phase fluide saturant le milieu poreux est au repos. Physiquement lorsqu'un tel mode apparaît, tous les modes de rang inférieur se sont déjà développés : l'état du milieu à partir duquel peut donc apparaître le mode d'instabilité de rang s correspond donc, non pas à l'état de repos, mais à la superposition des effets des modes de rang inférieur à s . Dans ces conditions, il n'est pas évident que le critère d'apparition du mode s étudié, soit défini par la relation (53). Seule la valeur de Ra^* correspondant au premier mode d'instabilité ($s = 1$) a donc un sens quantitatif indiscutable.

4.2.3 - Apparition de la convection dans le cas d'autres conditions aux limites

Nous présentons dans le tableau suivant, emprunté à NIELD, les conditions d'apparition de la convection dans une couche poreuse pour les différents types possibles de conditions aux limites horizontales du milieu. Ces conditions sont indiquées par les symboles suivants :

* Température	ISO	Surface isotherme
	FLU	Surface isolante
* Ecoulements	IMP	Surface imperméable
	LIB	Surface libre

T A B L E A U 1

Limite inférieure :	Limite supérieure :	$(Ra^*)_c$:	a :
ISO - IMP	ISO - IMP	$4\pi^2$	π
ISO - IMP	FLU - IMP	27,1	2,33
FLU - IMP	FLU - IMP	12	0
ISO - IMP	ISO - LIB	27,1	2,33
FLU - IMP	ISO - LIB	17,65	1,75
ISO - IMP	FLU - LIB	π^2	$\pi/2$
FLU - IMP	FLU - LIB	3	0
$\begin{bmatrix} \text{ISO} \\ \text{ou} \\ \text{FLU} \end{bmatrix}$ - LIM	$\begin{bmatrix} \text{ISO} \\ \text{ou} \\ \text{FLU} \end{bmatrix}$ - LIB	0	0

4.3 - FORME DES CELLULES DE CONVECTION

Dans le cas d'un milieu poreux limité par des surfaces isothermes et imperméables qui correspond au cas étudié expérimentalement, nous avons vu que la stabilité marginale était atteinte pour $s = 1$ et $a = \pi$

Si dans ces conditions les mouvements convectifs se présentent sous la forme de rouleaux à deux dimensions, cas correspondant à N infini, nous obtenons immédiatement $H/M = 1/2$.

Cette valeur caractérise des rouleaux convectifs contrarotatifs de taille réduite H/L , L étant la largeur d'un rouleau, égale à l'unité. Ce résultat sera comparé aux résultats expérimentaux et numériques.

Le cas des cellules hexagonales (figure 1), structure fréquente de tessellation, peut être traité de la même manière à partir de la solution suggérée par CHRISTOPHERSON (CHANDRASEKHAR), où L représente le coté des cellules hexagonales :

$$\tau = Z \left[2 \cos\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}L}x\right) \cos\left(\frac{2\pi}{3L}y\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3L}y\right) \right] e^{nt} \quad (54)$$

et en utilisant une fonction de la forme :

$$Z = A \sin \frac{s\pi z}{H} \quad (48)$$

L'équation (43) prend la forme :

$$\left(\rho n + \frac{\mu}{K}\right) \left[n + \alpha^* \left(\frac{16\pi^2}{9L^2} + \frac{s^2\pi^2}{H^2} \right) \right] \left(\frac{16\pi^2}{9L^2} + \frac{s^2\pi^2}{H^2} \right) = R\beta g \alpha \rho \frac{16\pi^2}{9L^2} \quad (55)$$

équation qui conduit à une taille de cellule à l'apparition de la convection déterminée par $L/H = 4/3$.

4.4 - TAILLE DES ROULEAUX CONVECTIFS EN DEHORS DES CONDITIONS CRITIQUES

Nous avons utilisé l'équation (49) pour déterminer les coefficients d'amplification n des perturbations correspondant au premier mode d'instabilité $s = 1$, dans le cas de rouleaux de convection. Ces calculs ont été effectués dans un cas particulier (figure 2) ce pour des raisons de simplicité mais le résultat est qualitativement généralisable à une couche poreuse de caractéristiques quelconques. La valeur du nombre de RAYLEIGH étant fixée, les courbes décrivant l'évolution du coefficient d'amplification en fonction de l'extension L/H de la perturbation, présentent un maximum. Ce maximum qui correspond à la perturbation dont le développement est le plus rapide est obtenu pour une taille réduite $(L/H)_m$ qui est une fonction décroissante de Ra^* (figure 2).

4.5 - UTILISATION DES RESULTATS DE LA THEORIE LINEAIRE POUR PREDIRE LE TRANSFERT DE CHALEUR HORS DES CONDITIONS CRITIQUES

La technique intégrale en puissances de MALKUS et VERONIS utilisée par plusieurs auteurs dans le cas de la convection en couche fluide (CATTON, EDWARDS) a été appliquée au cas de la convection en couche poreuse (AZIZ 3). En utilisant une technique analogue à celle de NAGAGAWA, nous obtenons entre le nombre de NUSSELT définissant le transfert de chaleur moyen en régime permanent de convection et le nombre de RAYLEIGH précisant les conditions d'expériences la relation :

$$Nu^* = 1 + \sum_{s=1}^{\infty} K_s \left(1 - \frac{Ra_{s,s}^*}{Ra^*} \right) \quad (56)$$

avec $K_s = 0$ lorsque $Ra^* < Ra_{c,s}^*$, les valeurs de $Ra_{c,s}^*$ étant données dans le cas d'une couche poreuse limitée par des surfaces isothermes et imperméables par la relation (53). Le coefficient K_s ne dépend que de la forme des distributions de vitesse de filtration et de température correspondant au s ème mode d'instabilité. L'utilisation des résultats sur les perturbations de vitesse obtenus par LAPWOOD et repris au paragraphe 4.2.1 conduit aux valeurs de K_s .

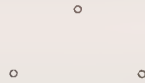
τ et w désignant les perturbations de température et de vitesse verticale par rapport à l'état de repos, les K_s sont définis par :

$$K_s = \frac{\langle (\overline{\tau w})^2 \rangle}{\langle (\overline{\tau w})^2 \rangle - \langle \overline{\tau w} \rangle^2} = 2 \quad (57)$$

La barre indique une moyenne prise dans un plan horizontal et les crochets $\langle \rangle$ une moyenne prise verticalement sur la hauteur complète de la couche.

BORIES a très complètement décrit l'application de cette technique de calcul au cas précis évoqué ici (BORIES 4) mais a indiqué (BORIES 3 et 4) une expression du nombre de Nusselt qui ne correspond qu'au premier terme de la série indiquée dans l'équation (56). Il précise d'ailleurs que la relation qu'il propose n'est valable que pour des valeurs du nombre de Rayleigh proche de la valeur critique d'apparition des mouvements convectifs.

La figure 3 expose les résultats obtenus à l'aide des relations (47), (56) et (57).



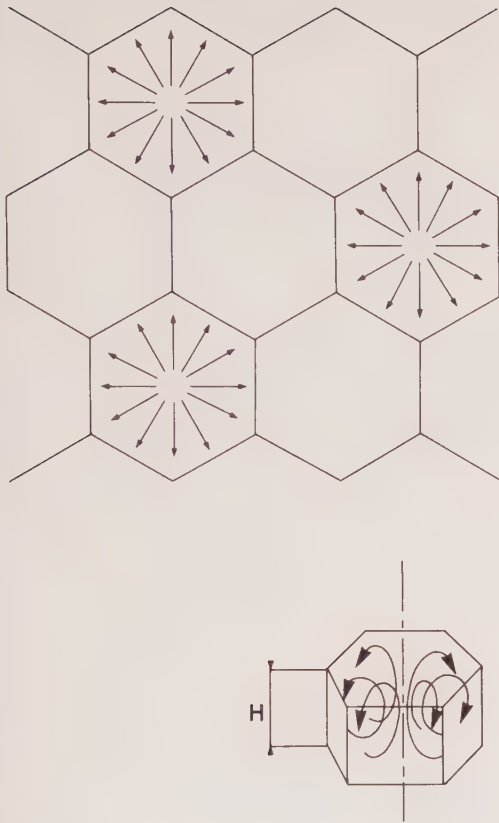


Figure 1

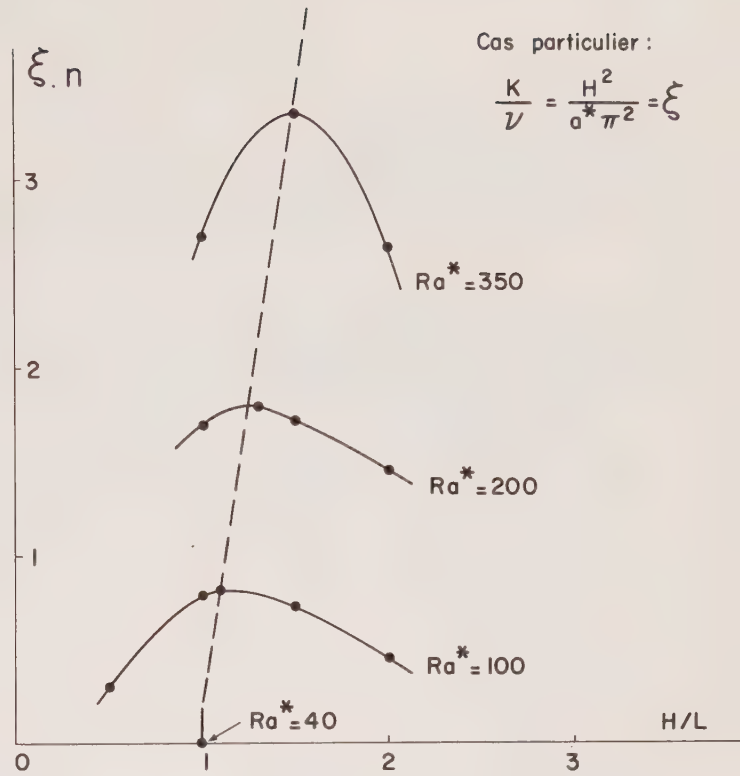


Figure 2

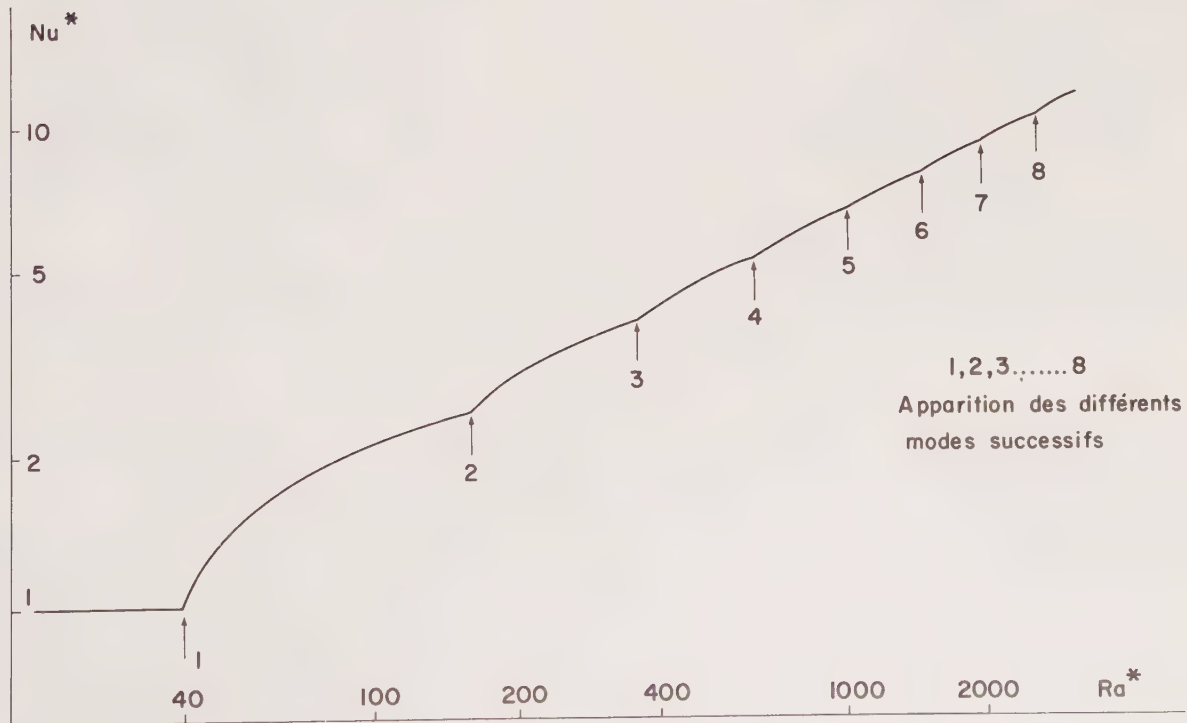


Figure 3

CONVECTION NATURELLE

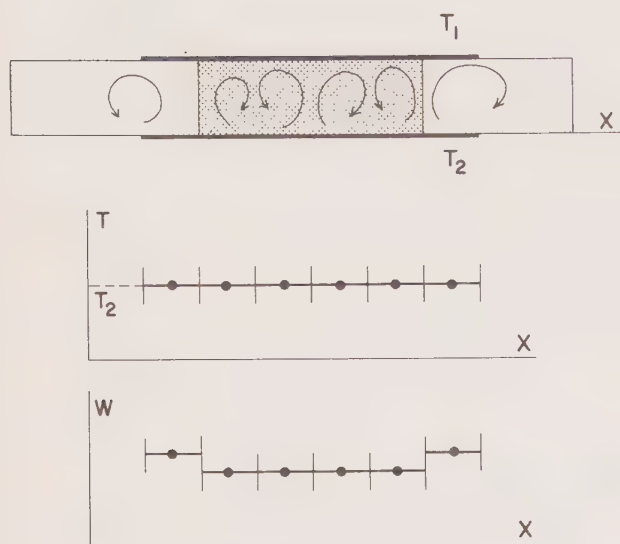


Figure 4

CONVECTION MIXTE

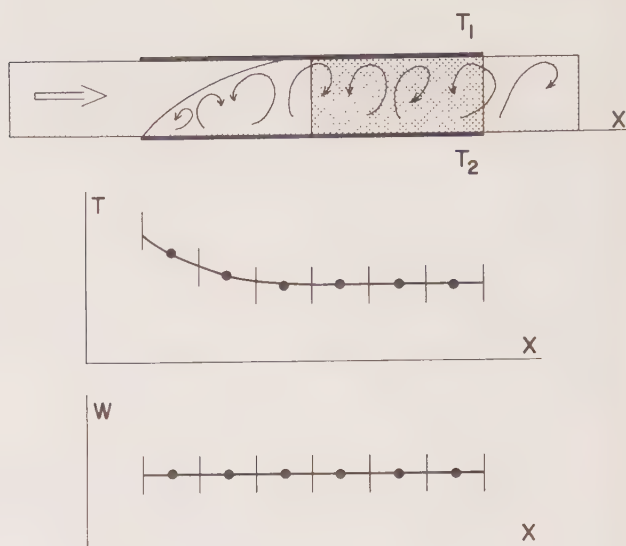


Figure 5

CONVECTION NATURELLE

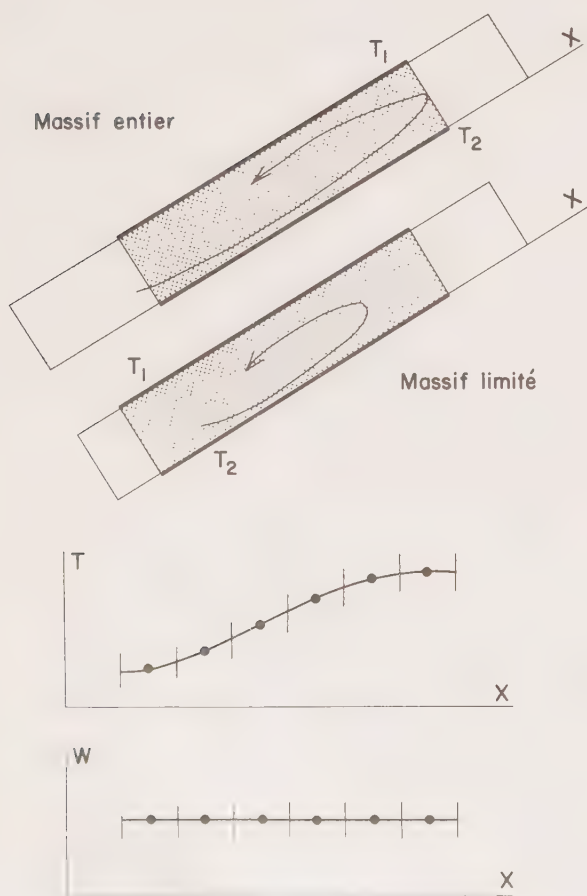


Figure 6

CONVECTION MIXTE

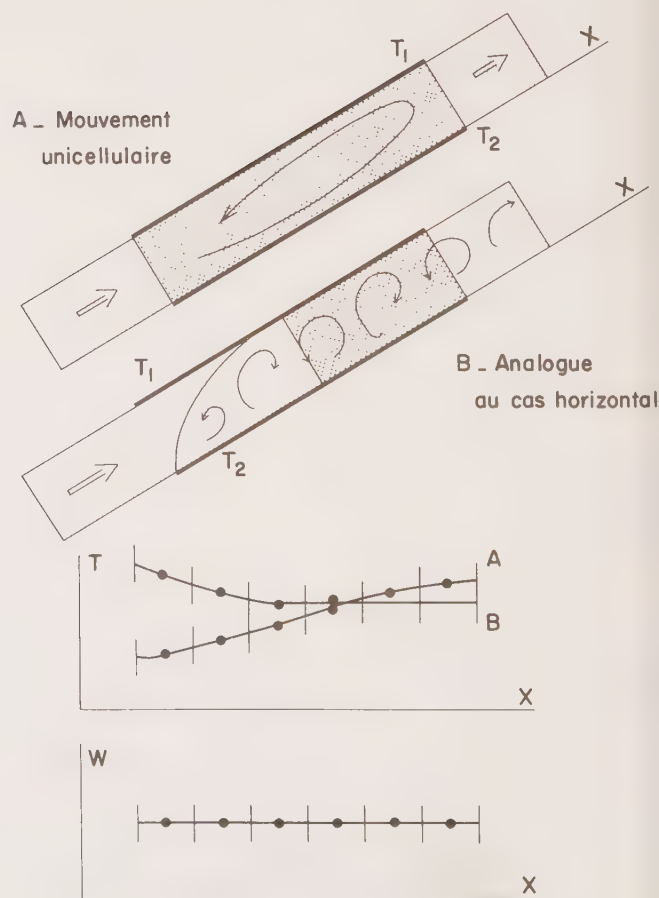


Figure 7

5 - PRINCIPES DE L'ETUDE EXPERIMENTALE ENTREPRISE

L'étude expérimentale que nous avons entreprise concerne les régimes transitoires et PERMANENTS de convection naturelle d'origine thermique dans une couche poreuse limitée par deux surfaces planes parallèles, IMPERMEABLES et CONDUCTRICES. En plus des conditions générales d'expériences (milieu poreux, fluide saturant, gradient moyen de température) différentes d'un essai à l'autre, nous avons fait varier deux paramètres importants :

- l'inclinaison de la couche par rapport à l'horizontale
- la vitesse moyenne de l'écoulement unidimensionnel imposé dans cette couche.

Une grande partie des essais a été réalisée en couche horizontale tant en convection naturelle qu'en convection mixte.

5.1 - PRINCIPES DE L'ETUDE EXPERIMENTALE

Le milieu poreux est limité comme nous l'avons vu par deux surfaces métalliques parallèles. L'essai classique est conduit de la manière suivante :

- conditions initiales : le milieu poreux a une température uniforme T_1 qui reste , pendant la durée de l'essai, celle de sa limite supérieure. Un mouvement uniforme est ou n'est pas imposé au fluide saturant les pores (essai de convection mixte ou essai de convection naturelle)
- un flux de chaleur uniforme et constant est dissipé au sein de la plaque métallique inférieure dont la température T_2 évolue jusqu'à l'obtention du régime permanent. Au sein du milieu poreux l'évolution de la température en plusieurs points est enregistrée.

De nombreux essais ont été réalisés avec des conditions initiales différentes correspondant en général au régime permanent d'un essai précédent de conduction ou de convection. L'influence des conditions initiales, sur le régime permanent atteint a ainsi pu être examinée.

5.2 - DESCRIPTION SOMMAIRE DE L'APPAREILLAGE

La cellule qui contient le milieu poreux (voir annexe II) est constituée par un bloc de makrolon dans lequel un tunnel parallélépipédique a été usiné (longueur : 90 cm, largeur : 37 cm) dont la hauteur ($H = 5,35$ cm) correspond à l'espacement entre deux plaques métalliques parallèles de longueur 61 cm. La plaque supérieure est maintenue à température constante par circulation d'eau : T_1 varie de $10,4^\circ\text{C}$ à $25,4^\circ\text{C}$ suivant les essais. La plaque inférieure est chauffée électriquement par six résistances indépendantes plongées dans un bain d'huile. La face inférieure de cette plaque est isolée thermiquement. La puissance électrique dissipée est mesurée (puissance maxima 25 kW).

Des dispositifs annexes, décrits également dans l'annexe II, permettent la mesure des distributions de température dans les plaques et au sein du milieu en des points fixes ou variables (thermocouples Cu-Constantan de diamètre de fil 3/10 mm), la circulation du fluide à travers le milieu poreux et la mise au point des conditions aux limites amont du massif : conditions hydrodynamiques (écoulement uniforme) et thermiques (température d'entrée déterminée ou profil de température suivant la cote imposé).

5.3 - SERIES D'ESSAIS REALISEES

Nous donnons dans ce paragraphe quelques indications sur la structure des milieux poreux utilisés et sur la nature des fluides saturants choisis.

Le tableau 2 indique les principales caractéristiques des milieux choisis :

T A B L E A U 2

N° série	Phase solide	d (10^{-3} m)	ϵ	Fluide
2	Verre (sans Pb)	1,6 - 1,8	0,385	Eau
4	Propylène (granulés)	4	0,360	Eau
5	Quartz (sable)	2 - 2,5	0,335	Eau
6	Verre (Pb)	4	0,371	Eau
7	Verre (Pb)	2	0,351	Huile
8	Verre (Pb)	0,8 - 1	0,359	Huile
9	Plomb	4	0,370	Eau
10	Anneaux de FENSKE	-	$\approx 0,80$	Eau
11	Verre (Pb)	3	0,381	Eau
12	Quartz (sable)	1,8 - 2	0,350	Huile
13	Quartz (sable)	1,8 - 2	0,350	Eau
14	Quartz (sable)	2 - 2,5	0,324	Eau

5.3.1 - Milieux poreux

Tous les milieux poreux utilisés, non consolidés, sont constitués de particules en général sphériques de diamètre d . Quelques remarques complémentaires sont nécessaires pour bien définir les milieux choisis :

- Verre - Les particules sont sphériques toutes de même taille ou de tailles voisines. Certains verres contiennent de l'oxyde de plomb et ont donc une conductivité thermique un peu plus faible que celles des verres sans plomb (-20% pour 25% de PbO).
- Quartz - Les particules sont pratiquement sphériques et constituées de quartz cristallin (sable marin provenant de Lesconil - 29-S).
- Propylène - Les particules sont des ellipsoïdes de révolution (axes principaux : 2,5 - 4 - 4mm).
- Anneaux de FENSKE - Nous avons choisi ce matériau, souvent utilisé comme garnissage des colonnes de distillation, parce qu'il permet d'obtenir des milieux poreux à peu près homogènes de forte porosité. Les anneaux de FENSKE choisis, en verre, sont des anneaux incomplets de 4mm de diamètre (diamètre de fibre = 0,44mm).

5.3.2 - Fluides

Deux fluides ont été utilisés :

- L'eau : Elle a été désaérée avant saturation du massif poreux pour éviter la création de bulles d'air dans le milieu poreux lors des essais de convection mixte : la solubilité de l'air dans l'eau est, en effet, une fonction décroissante de la température.
- Une huile aux silicones : L'huile choisie, très stable pour des températures comprises entre 20 et 90°C, a une viscosité inférieure à celle de l'eau ($\nu = 0,65$ cSK à 25°C).

A titre indicatif nous décrivons sur la figure 3-4 l'évolution du paramètre A caractéristique de ces fluides en fonction de la température [$A = \alpha(\rho c)_f / \nu$].

5.4 - ELABORATION DES RESULTATS

Les résultats quantitatifs que nous recherchons lors d'un essai sont constitués par :

- des informations sur la distribution des températures au sein du milieu et sur son évolution en fonction du temps;
- une estimation du transfert de chaleur moyen par convection entre les surfaces isothermes chaude et froide, ce dans le cas idéal de plaques d'extension infinie.

Compte tenu de l'existence des fuites thermiques et de la nature des conditions aux limites, il n'est évidemment pas possible de calculer directement la conductivité thermique globale du milieu due aux mouvements de convection à partir de considérations géométriques simples, en supposant que l'ensemble du massif situé au droit des plaques métalliques se comporte comme un élément d'une couche poreuse infinie. L'élaboration des résultats comprend donc deux étapes :

- le choix d'un volume d'investigation représentatif;
- l'analyse des fuites thermiques et l'interprétation des résultats bruts qui conduisent à une présentation adimensionnelle des résultats obtenus.

5.5 - VOLUME D'INVESTIGATION

Le choix d'un volume d'investigation dépend du type d'expérience réalisé. Nous distinguons plusieurs cas.

5.5.1 - Convection naturelle en couche horizontale

La présence de milieu poreux au delà de la zone limitée par les plaques métalliques entraîne (§ 6.2.2. et figure 11) l'existence aux limites des plaques de rouleaux convectifs perpendiculaires à l'axe de la cellule, rouleaux qui accroissent le transfert de chaleur vertical. Pour maintenir uniforme la température T_2 dans toute la plaque chaude nous dissipons donc dans les deux résistances extérieures de la plaque chaude (figure 2.2) une puissance électrique de 5 à 10% supérieure à la puissance moyenne. Le volume d'investigation choisi correspond alors à la zone de milieu poreux située au droit des 4 résistances centrales (figure 4).

5.5.2 - Convection mixte en couche horizontale

Dans les premiers essais de ce type, la température du fluide saturant à l'entrée du massif était environ égale à T_1 . Nous observions alors une large zone d'établissement du régime de convection (figure 5). Les profils de température $T_2(x)$ obtenus lorsque les puissances électriques dissipées dans la zone chaude sont égales peuvent s'expliquer de la manière suivante : la zone d'établissement s'apparente qualitativement à une couche limite thermique dont l'épaisseur va croissant du bord d'attaque de la plaque chaude jusqu'à la hauteur complète H de la couche; plus la hauteur de la zone est faible plus le nombre de Rayleigh qui la caractérise est faible, donc plus faible est sa conductivité globale apparente. A puissance égale, la température dans la plaque chaude est donc d'autant plus élevée que la zone est mince.

Pour réduire l'extension horizontale de cette zone, importante aux grandes vitesses d'écoulement moyen (de l'ordre de 10^{-4} m/s), nous avons mis en place au sein du milieu dans la zone amont du massif une résistance chauffante (annexe II) à l'aide de laquelle sont imposés, à l'entrée de la zone d'essai, une température moyenne du fluide égale à $(T_1 + T_2)/2$ et un profil de température selon une verticale très grossièrement linéaire de T_2 à T_1 .

Ainsi nous avons pu choisir dans tous les cas la moitié aval des massifs poreux compris entre les plaques métalliques comme volume d'investigation.

5.5.3 - Convection naturelle dans une couche inclinée

Comme nous le verrons plus loin (chapitre 8) les mouvements convectifs dans une couche inclinée sont de deux types :

- on peut observer soit des cellules de convection analogues à celles obtenues dans une couche horizontale, soit un mouvement unicellulaire se développant dans l'ensemble du milieu poreux. Dans ce dernier cas, le transfert de chaleur global dépend de l'extension de la cellule, ce qui diminue nettement le degré de généralité des résultats obtenus
- il est d'autre part difficile, dans ce cas, de maintenir la plaque inférieure à une température uniforme. Nous avons donc choisi de dissiper un flux de chaleur moyen uniforme dans la plaque chaude. Nous enregistrons alors le profil de température $T_2(x)$ et obtenons des informations quantitatives sur le transfert de chaleur en choisissant comme volume d'investigation, le volume compris entre les deux plaques (figure 6).

Dans le cas où l'organisation cellulaire est analogue à celle obtenue dans une couche horizontale, le volume d'investigation choisi se situe, comme pour les essais en couche horizontale, dans la zone centrale du modèle (figure 4 et § 5.5.1).

5.5.4 - Convection mixte en couche inclinée

Le choix du volume d'investigation dépend de la nature des mouvements convectifs observés (figure 7). Si l'organisation cellulaire est analogue à celle obtenue dans le cas d'une couche horizontale, le même volume d'investigation est choisi (figure 5); lorsque le mouvement est unicellulaire le volume d'investigation est celui qui est utilisé pour interpréter les essais comparables de convection naturelle en couche inclinée (figure 6).

5.6 - INTERPRETATION DES RESULTATS BRUTS

L'interprétation des résultats bruts des mesures de transfert de chaleur a pour but l'obtention de nombres sans dimension décrivant le transfert de chaleur par convection dans le cas de deux plaques conductrices parallèles d'extension infinie. Il convient donc de caractériser :

- les conditions d'expérience, ce par l'évaluation du nombre de Rayleigh rapporté au milieu poreux, Ra^*
- le résultat de l'essai, à l'aide du nombre de Nusselt, Nu^* .

Ces résultats présentés sous forme adimensionnelle sont obtenus au terme d'un processus d'évaluation qui comprend plusieurs étapes :

- a - l'évaluation des fuites thermiques
- b - l'estimation des différents paramètres physiques utilisés dans les nombres sans dimension
- c - la vérification du critère d'apparition de la convection naturelle en couche horizontale. Cette étape permet à la fois de vérifier un résultat que nous pouvons considérer comme acquis d'après la littérature et de contrôler les valeurs des différents paramètres choisis en b
- d - la transcription proprement dite des résultats sous forme adimensionnelle.

Au terme de ces différentes étapes, décrites en détail dans l'annexe III, l'erreur de détermination du nombre de Rayleigh est inférieure à 5%, la précision des évaluations sur le transfert de chaleur étant théoriquement moins bonne ($< 15\%$). Nous estimons cependant que dans la majorité des essais, compte tenu des différents processus de recouplement choisis, la précision réelle de détermination des nombres de Nusselt est bien meilleure que 15%.

°

°

°

6 - CONVECTION NATURELLE DANS UNE COUCHE HORIZONTALE

RESULTATS EXPERIMENTAUX

L'étude expérimentale de la convection naturelle en couche horizontale a porté principalement sur l'analyse des régimes thermiques permanents. Afin de vérifier que les conditions initiales n'ont pas d'influence sensible sur la convection et en particulier sur l'organisation cellulaire les essais ont été menés avec différents types de conditions initiales : régimes permanents de convection ou de conduction dans des conditions expérimentales différentes, milieu poreux isotherme, etc... Avant de détailler les résultats obtenus en régime permanent, nous donnerons quelques indications sur les régimes transitoires dans le cas d'essais réalisés dans un milieu poreux initialement isotherme.

6.1 - REGIMES TRANSITOIRES ET APPARITION DE LA CONVECTION

Lorsque, le milieu poreux étant initialement isotherme à la température T_1 , une puissance constante est dissipée dans la plaque chaude, l'examen de la courbe d'évolution de $\Delta T = T_2 - T_1$ en fonction du temps (figure 8) et la mesure des températures in situ, permettent de distinguer deux phases du régime transitoire.

6.1.1 - Le milieu poreux s'échauffe par conduction : ΔT croît et son évolution est calculable à partir des caractéristiques thermiques du milieu poreux, λ^* et $(\rho c)^*$, et de la plaque chaude dont la capacité calorifique, soit $(Mc)_2$ par unité de surface, n'est pas négligeable. Ce calcul est analogue à celui évoqué dans l'annexe IV ou dans (BIA 2). En supposant la température uniforme dans l'épaisseur de la plaque chaude, soit T_2 , hypothèse raisonnable compte tenu de la forte conductivité des matériaux qui la constituent et en négligeant les fuites thermiques, l'évolution de ΔT est décrite par :

$$\Delta T = \frac{\varphi H}{\lambda^*} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3_n^2} \frac{1 + \theta 3_n^2}{1 + \theta^2 3_n^2 + \theta(1 + \theta 3_n) \sin^2 3_n} e^{-\mu_n^2 t} \right] \quad (58)$$

où φ est la densité de flux de chaleur dissipée dans la plaque chaude et

$$\theta = (Mc)_2 / [(\rho c)^* H] \quad (59)$$

Les ξ_n définis par

$$\xi_n = \sqrt{\frac{\mu_n}{\alpha^*}} H \quad (60)$$

sont les racines de l'équation transcendante :

$$\xi \operatorname{tg} \xi + \frac{1}{\theta} = 0 \quad (61)$$

6.1.2 - Lorsque ΔT atteint un certain seuil $(\Delta T)_d$, les mouvements de convection apparaissent : ils entraînent des "décrochements" sur les courbes d'évolution, en fonction du temps, de ΔT et des températures in situ (figure 8). Le régime permanent est ensuite atteint très vite par comparaison avec un régime permanent de conduction pure.

Lorsqu'apparaissent les mouvements de convection, le gradient de température dans le milieu poreux n'est pas uniforme. L'écart de température critique $(\Delta T)_d$ est donc différent de celui qui correspond à $Ra^* = 4\pi^2$. Cet écart est d'autant plus important que la puissance dissipée sur la plaque chaude est grande (figure 8).

6.2 - REGIMES PERMANENTS

Les séries d'essais réalisées ont permis plusieurs observations :

6.2.1 - Critère d'apparition de la convection naturelle

Le critère théorique d'apparition de la convection ($Ra^* = 4\pi^2$) a été vérifié à 5% près en moyenne pour l'ensemble des séries d'essais réalisées, les écarts présentant un caractère nettement aléatoire (Tableau 3.4). Les différents éléments de cette vérification, qui est une étape dans l'élaboration des résultats sous une forme adimensionnelle, sont détaillés dans l'annexe III. La principale incertitude naît de l'ignorance dans laquelle nous sommes de la valeur exacte de la perméabilité verticale du milieu, valeur qui intervient dans le nombre de Rayleigh. Les valeurs de perméabilité utilisées ont été calculées à l'aide de la loi de KOZENY-CARMAN (§ III.3.2.)

Ce résultat expérimental concorde avec les observations déjà publiées (SCHNEIDER, ELDER 2, KATTO).

CONVECTION NATURELLE DANS UNE COUCHE HORIZONTALE

SERIE 6 (REGIMES PERMANENTS)

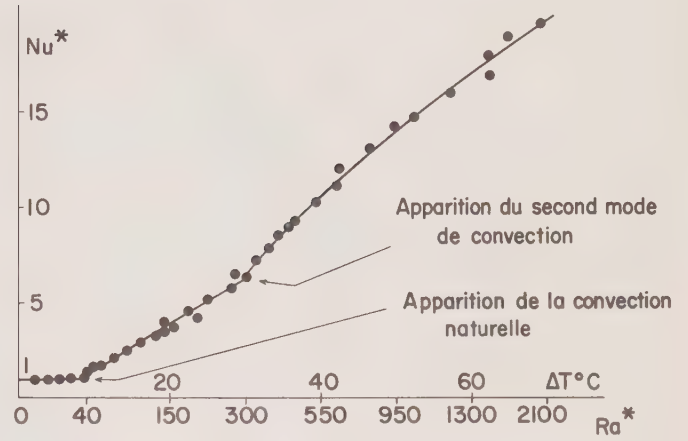
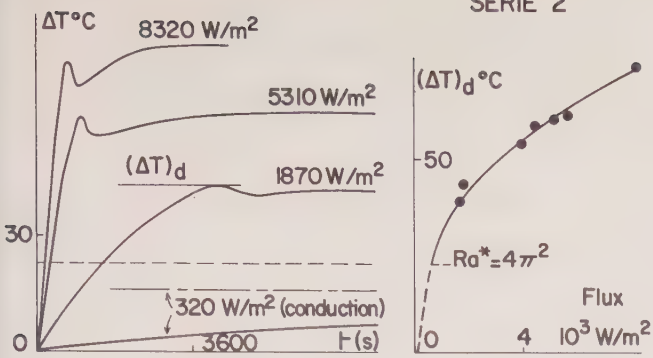


Figure 9

SERIE 2



SERIE 4

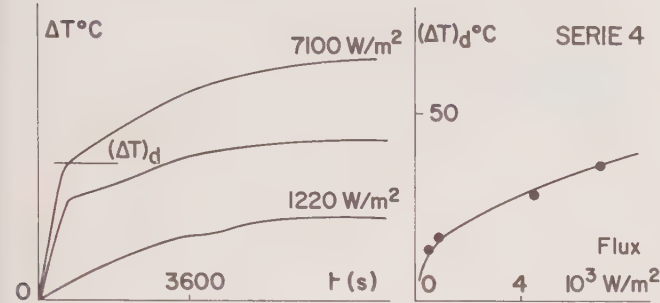


Figure 8

ESSAI 2-31 ($Ra^* = 105$) REGIME PERMANENT

Distribution de température dans le plan médian

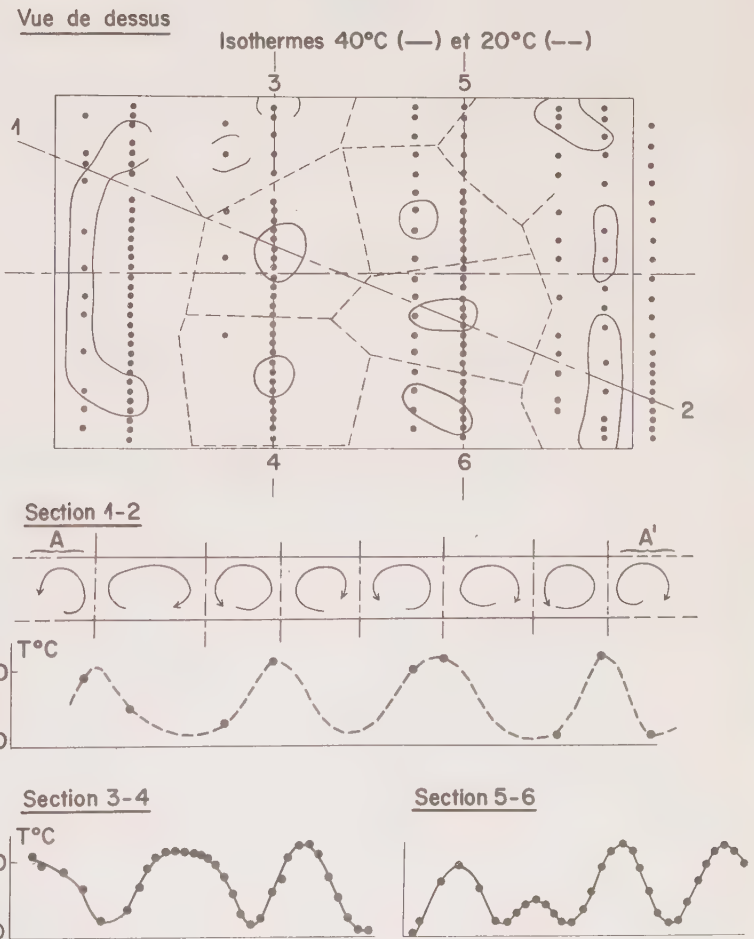


Figure 11

ESSAI 6-106 ($Ra^* = 1150$) REGIME PERMANENT

Températures dans le plan médian

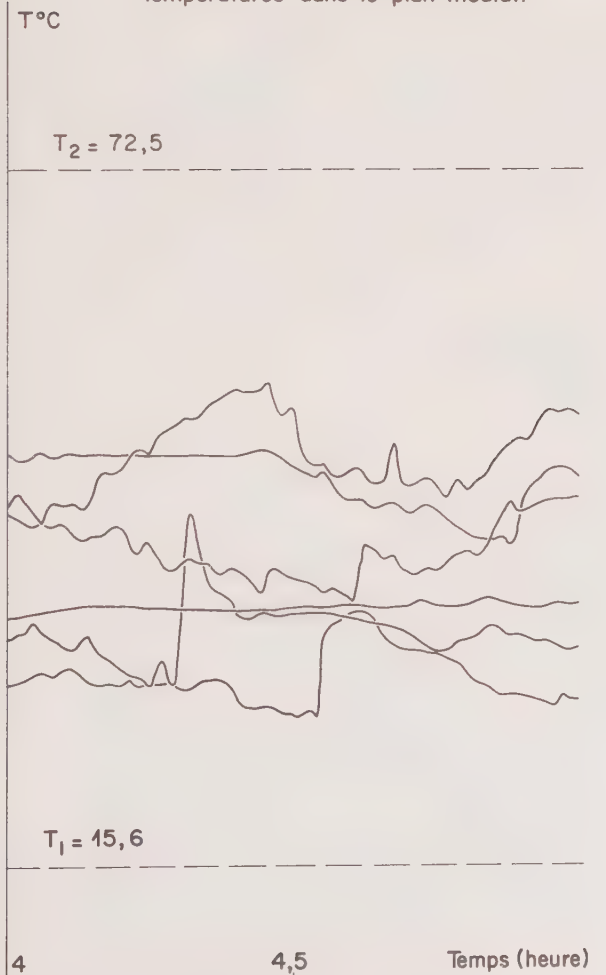


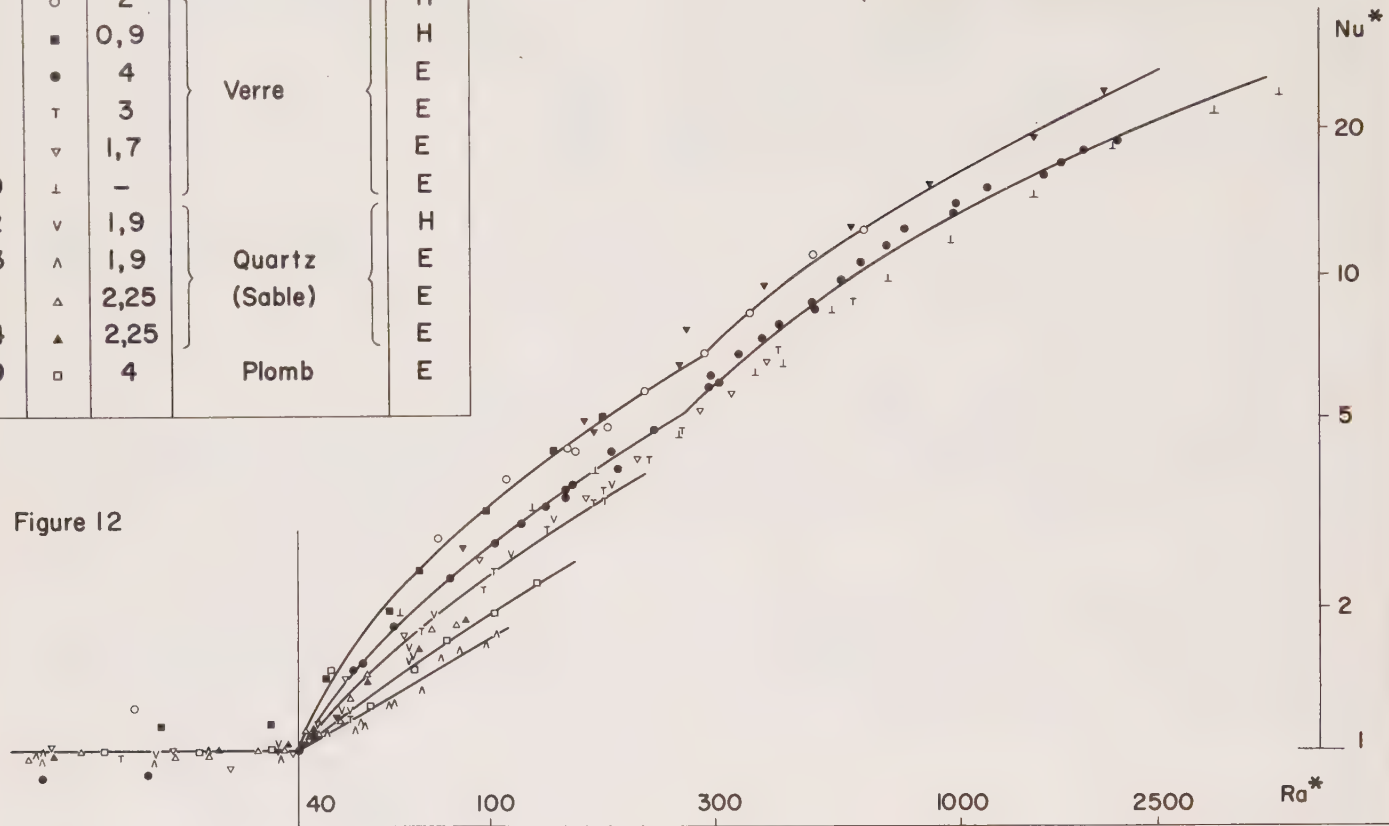
Figure 10

CONVECTION NATURELLE DANS UNE COUCHE HORIZONTALE

(REGIMES PERMANENTS)

Série		d mm	Solide et Liquide	
4	▼	4	Polypropylène	E
7	○	2	Verre	H
8	■	0,9		H
6	●	4		E
11	⊥	3		E
2	▼	1,7		E
10	⊥	—	Quartz (Sable)	E
12	▼	1,9		H
13	△	1,9	Plomb	E
5	△	2,25		E
14	▲	2,25	Plomb	E
9	□	4		E

Figure 12



BILLES DE VERRE (d=4mm)-EAU

- SCHNEIDER
- Série 6 - Figure 12

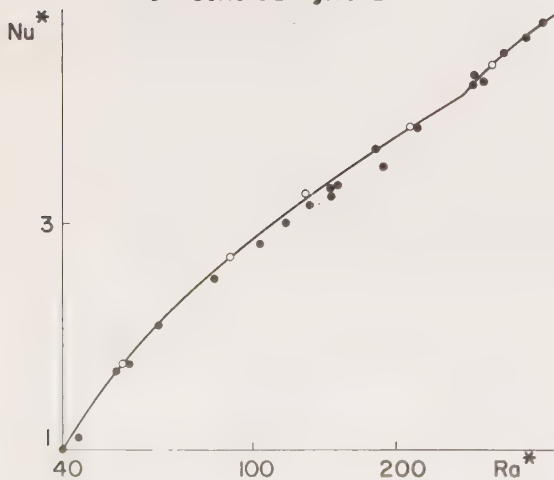
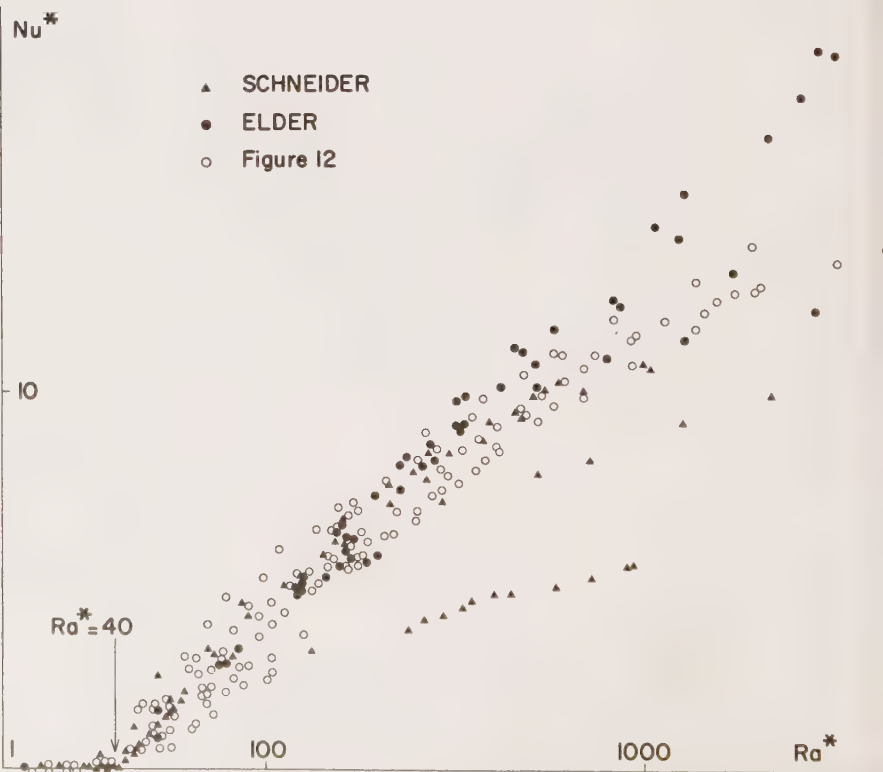


Figure 13



6.2.2 - Convection naturelle laminaire stable

Lorsque le nombre de Rayleigh Ra^* est supérieur à $4\pi^2$, sans être trop grand, le nombre de Nusselt devient supérieur à 1 (figure 9). Des relevés de température dans le plan de symétrie horizontal du massif font apparaître une organisation cellulaire stable (figure 11) : la température en chaque point du milieu est stationnaire. Les cellules observées sont des prismes d'axe vertical. Mais leurs sections horizontales ne sont pas très régulières. En effet d'une part le nombre de cellules est limité compte tenu de l'extension horizontale relativement faible du milieu poreux, d'autre part les conditions aux limites tant verticales qu'horizontales ne favorisent pas une implantation régulière. Nous noterons d'ailleurs la présence aux deux extrémités de la plaque chaude, A et A', de rouleaux de convection développés sur la largeur du modèle. Ces rouleaux sont dus à la conception même de l'appareillage : réalisé pour l'étude de la convection mixte il n'est pas limité au droit des plaques isothermes, ce afin de permettre un écoulement moyen du fluide saturant. Ces rouleaux ne modifient pas le transfert de chaleur moyen et jouent même le rôle d'anneau de garde. Une estimation grossière de la taille des cellules polyédriques observées conduit à des valeurs en concordance avec les prédictions de la théorie linéaire.

Remarquons que dans le domaine de la convection laminaire stable, l'organisation cellulaire a déjà été observée (BORIES 2), avec un autre type de conditions aux limites : une plaque inférieure imperméable et isotherme sur laquelle repose un milieu poreux avec surface libre. Dans ce cas, les cellules convectives sont très régulières, à base hexagonale, analogues à celles observées par BENARD, résultat compatible avec les exigences de la tessellation d'un espace à deux dimensions. Les courants ascendants sont au centre de chaque cellule dont la taille concorde sensiblement avec celle que prévoit la théorie linéaire.

6.2.3 - Convection naturelle fluctuante

Les courbes $\lambda_a - T$ (figure 4.1) ou $Nu^* - Ra^*$ (figures 9 et 12) présentent un changement de pente pour une valeur de Ra^* d'environ 260, pour les séries d'essais réalisées avec des milieux poreux constitués de grains sphériques. Cette valeur critique du nombre de Rayleigh correspond également à l'observation d'un phénomène nouveau par rapport au cas de la convection laminaire cellulaire stable : les mouvements convectifs présentent en effet un aspect différent, la température en chaque point du massif n'étant pas stationnaire (figure 10). Le tableau 3 présente les valeurs du nombre de Rayleigh de transition observées. Pour les séries 2 et 4 qui ont été réalisées dans des conditions expérimentales telles que Ra^* est supérieur à 300 dans un certain nombre d'essais, nous ne disposons pas d'éléments de mesure de température in situ et nous n'avons donc pas pu observer avec précision l'apparition du second mode de convection. Nous remarquerons, d'autre part, que la valeur obtenue dans la série expérimentale n° 10 est sensiblement différente des trois autres et nous constaterons que le milieu poreux utilisé pour cette série d'essais est nettement différent des autres.

T A B L E A U 3

Série	ε	$(Ra)^*$ de transition	Observations
6	0,37	290	Anneaux de FENSKE
7	0,35	250	
10	0,80	$\approx$ 390	
11	0,38	240	

Ce second type de convection, de caractère "fluctuant", n'est pas décrit dans la littérature : SCHNEIDER, le seul à avoir prospecté cette gamme de conditions opératoires, n'effectuait pas de mesure de température in situ et ne faisait pour un milieu donné, qu'un nombre très limité d'expériences, nombre insuffisant pour remarquer un changement de pente dans la courbe $Nu^* - Ra^*$.

Nous noterons enfin que le nombre de Rayleigh correspondant à l'apparition du second mode d'instabilité (le premier mode pair) est, d'après la théorie linéaire (§ 4), égal à $4 s^2 \pi^2 = 16 \pi^2$ ($s = 2$).

6.2.4 - Transfert de chaleur

La figure 12 présente l'ensemble des résultats obtenus sur le transfert de chaleur moyen dû aux mouvements convectifs, résultats concordant avec ceux qui ont déjà été publiés (figure 13). La gamme des conditions expérimentales que nous avons prospectée est assez étendue puisque la conductivité thermique λ^* des milieux utilisés varie entre 0,3 et 4,78 w/m°C (tableau 3-3). Les nombres de Rayleigh sont, quant à eux, compris dans la gamme (0, 4000). Nous remarquons que la relation $Nu^* - Ra^*$ dépend des caractéristiques des phases solide et liquide constituant le milieu poreux.

SCHNEIDER a indiqué pour des nombres de Rayleigh supérieurs à 500 environ une relation biunivoque entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh définis à l'aide de la conductivité thermique du fluide λ_f au lieu de λ^* (voir notations). Mais les observations expérimentales sur lesquelles se fonde cette constatation ont été faites sur des milieux constitués avec des sphères de taille relative tellement importante (d/H atteint parfois 0,37) qu'il est préférable dans certains des essais effectués de parler de convection d'une phase fluide dans un volume de forme complexe plutôt que de convection au sein d'un milieu poreux homogène (dans nos essais $d/H \leq 0,075$).

6.3 - RESUME DES PRINCIPAUX RESULTATS

A l'exclusion d'observations qualitatives des régimes transitoires de convection, nous disposons au terme de cette partie de l'étude des éléments suivants :

- une bonne vérification du critère théorique d'apparition de la convection dans un milieu limité par des surfaces isothermes et imperméables soit :
 $Ra^* = 4\pi^2$
- l'observation, dans le domaine de la convection laminaire stable [$Ra^* < 260$] de cellules de convection prismatiques
- l'observation, lorsque $Ra^* \geq 260$ (pour des milieux constitués de grains sphériques), d'un second type de convection, convection "fluctuante"
- un ensemble important de résultats expérimentaux sur le transfert de chaleur par convection, la relation $Nu^* - Ra^*$ dépendant des caractéristiques des milieux étudiés.

°

°

°

7 - CONVECTION MIXTE DANS UNE COUCHE HORIZONTALE :

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les essais entrepris dans le domaine de la convection mixte en couche horizontale ont été réalisés avec des vitesses d'écoulement moyen relativement faibles : le nombre de Reynolds Re^* est inférieur à 1 et nous sommes donc dans le domaine de validité de la loi de Darcy. L'écoulement moyen qui est laminaire est défini par sa vitesse interstitielle V_i ou par sa vitesse moyenne de filtration $\bar{V}$ qui varie, suivant les essais, de 0 à $3,5 \cdot 10^{-4}$ m/s.

Seuls les régimes permanents de convection mixte ont été analysés et comme nous l'avons indiqué au paragraphe 5.5.2 la zone d'établissement des courants convectifs, développés sur la hauteur complète de la couche, a été réduite à son minimum.

Des similitudes nettes ont été observées entre convection mixte et convection naturelle bien que les formes des cellules convectives ne soient pas comparables.

7.1 - APPARITION DES DEUX PREMIERS MODES DE CONVECTION ET TRANSFERT DE CHALEUR MOYEN

Le critère d'apparition de la convection thermique n'est pas modifié par l'existence d'un écoulement d'ensemble ($Ra^* = 4\pi^2$), résultat en accord avec la théorie linéaire (PRATS). Les conditions d'apparition du second type de convection, "convection fluctuante" sont également les mêmes.

Les mesures de transfert de chaleur ont donné des résultats analogues à ceux obtenus en convection naturelle (figure 14). Dans la gamme de vitesse d'écoulement prospectée, l'existence d'un écoulement horizontal ne perturbe donc pas sensiblement le transfert de masse vertical par rapport au cas de la convection naturelle : les vitesses ascensionnelles dues aux gradients de masse volumique sont plus importantes que la vitesse horizontale (§ 10.3.4).

7.2.- DIFFERENTES FORMES DE CELLULES DE CONVECTION

La forme des cellules convectives dépend à la fois du gradient moyen de température, défini par le nombre de Ra^* , et de la valeur de la vitesse d'écoulement moyen du fluide saturant le milieu poreux. L'observation de l'évolution des températures au sein du milieu permet de définir plusieurs domaines. Nous présentons figure 16, des indications sur l'aspect des enregistrements de température effectués dans les différentes séries d'essais de convection mixte. Les diagrammes utilisés pour cette présentation ne sont pas explicités sous forme adimensionnelle : le gradient moyen de température est repéré par l'écart de température ΔT entre les plaques isothermes - la température T_1 reste sensiblement constante pour une série d'essai - et la vitesse d'écoulement par la vitesse moyenne de filtration $\bar{V}$.

L'influence de la vitesse moyenne de l'écoulement n'est pas perceptible ni dans le domaine de la conduction pure (températures in situ stationnaires pour $Ra^* < 40$) ni dans celui où les écoulements convectifs sont fluctuants (températures in situ perturbées pour $Ra^* > 260$). Dans le domaine intermédiaire nous avons pu distinguer deux types de cellules de convection.

7.2.1 - Rouleaux mobiles perpendiculaires à l'écoulement moyen

Lorsque la vitesse de l'écoulement moyen est faible (figure 16) les températures mesurées, en régime permanent, au sein du milieu présentent un net caractère oscillatoire. La figure 17 décrit l'évolution, lors d'un essai, de la température en différents points du plan de symétrie horizontal du milieu poreux. Les relevés de température effectués dans une même section droite ou le long de l'axe du massif (figure 19) montrent que les cellules convectives se présentent sous la forme de rouleaux mobiles perpendiculaires à la direction moyenne de l'écoulement d'ensemble (figure 15).

A partir des relevés de température il est possible de déterminer la vitesse de propagation V_p des rouleaux de convection. Pour une série d'essais donnée, cette vitesse est proportionnelle à la vitesse de l'écoulement d'ensemble (figure 18).

Pour des milieux de même porosité le rapport V_p/V_i semble être une fonction biunivoque croissante du rapport des chaleurs volumiques de la phase fluide et de la phase solide (figure 20) : lorsque le rapport des chaleurs volumiques $(\rho c)_f / (\rho c)_s$ tend vers 0 (très forte chaleur volumique de la phase solide par rapport à la phase fluide), V_p tend vers 0. Au contraire lorsque $(\rho c)_f / (\rho c)_s$ tend vers l'infini (très faible chaleur volumique de la phase solide par rapport à la phase fluide) la vitesse de propagation est égale à la vitesse interstitielle.

Lorsque nous nous intéressons à des milieux de porosités différentes il semble logique de supposer que V_p/V_i est une fonction du rapport des chaleurs spécifiques en présence dans un volume unité de milieu poreux soit donc de $\epsilon(\rho c)_f / [(1 - \epsilon)(\rho c)_s]$. Les essais réalisés dans la série 10 avec un milieu de très forte porosité confirme qualitativement cette impression : V_p/V_i varie au sein du milieu de 0,60 à 0,73, le milieu poreux étant très hétérogène. Il est également possible que, compte tenu de la hauteur relativement faible de la couche poreuse, la capacité calorifique des plaques isothermes ait une influence sur la valeur de V_p/V_i , principalement dans le cas de milieux à forte porosité, (série 10 par exemple). C'est la raison pour laquelle seuls les résultats des séries d'essais entrepris sur des milieux de même porosité sont consignés sur la figure 20.

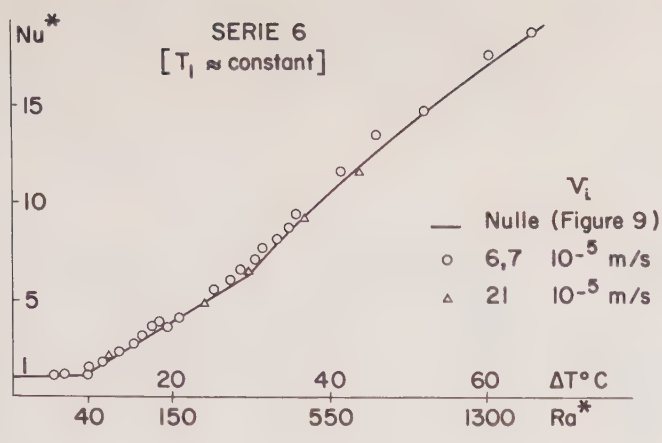


Figure 14

CONVECTION MIXTE DANS UNE COUCHE HORIZONTALE

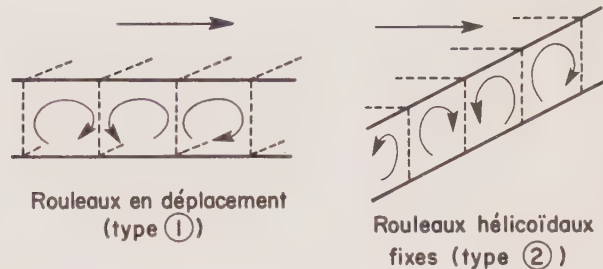


Figure 15

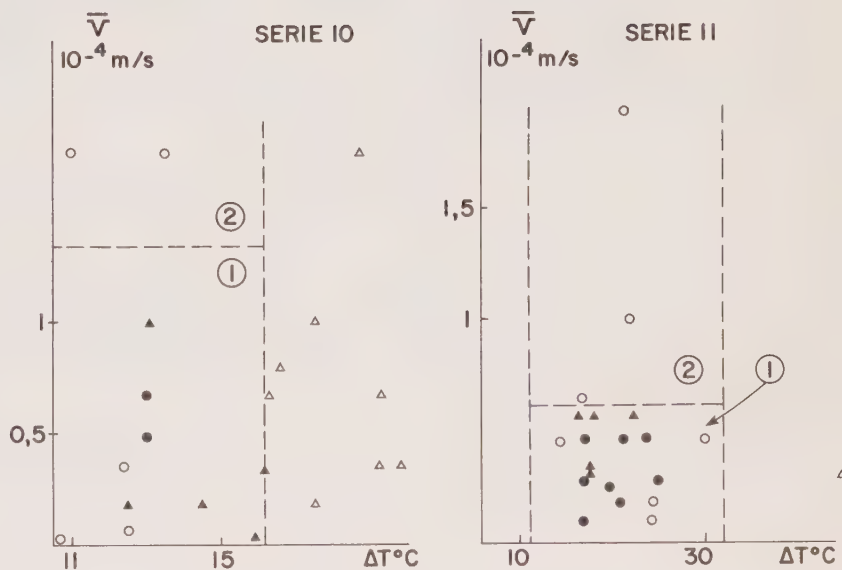
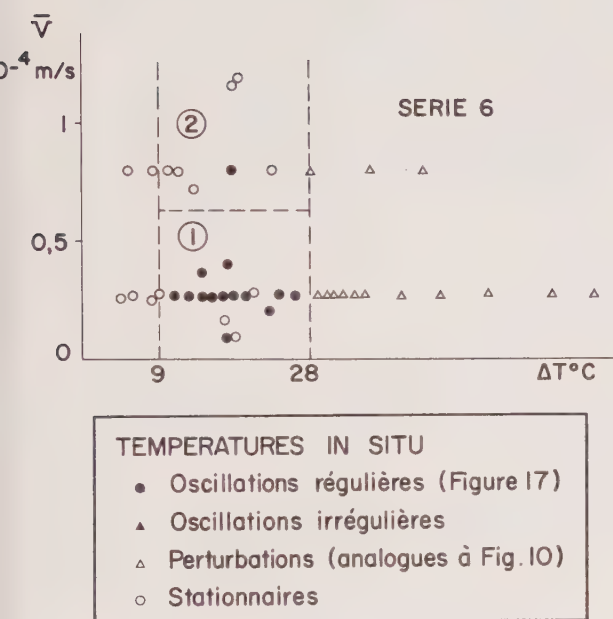


Figure 16

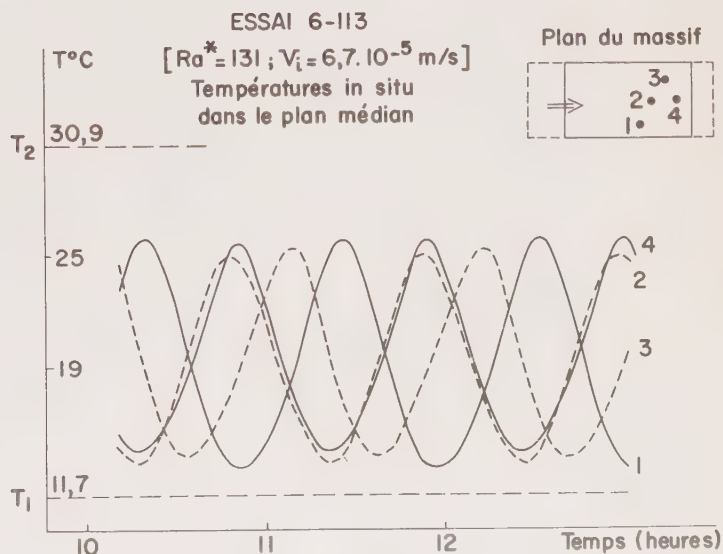
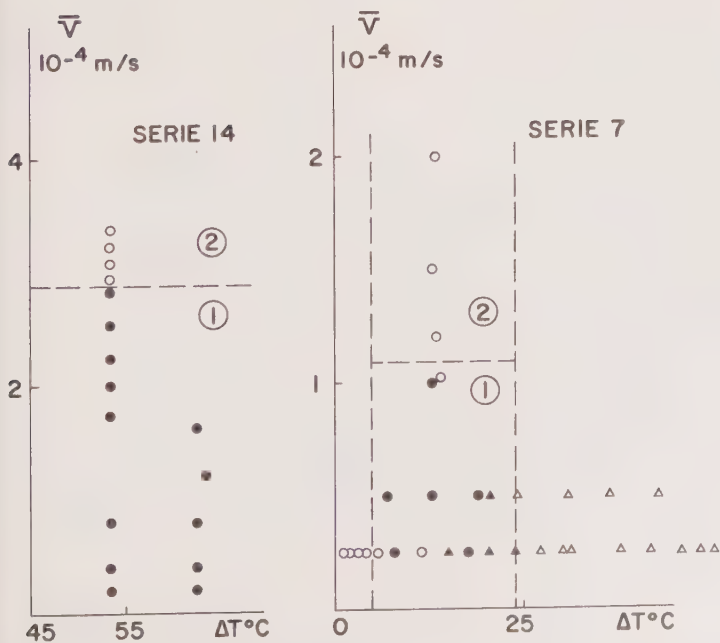
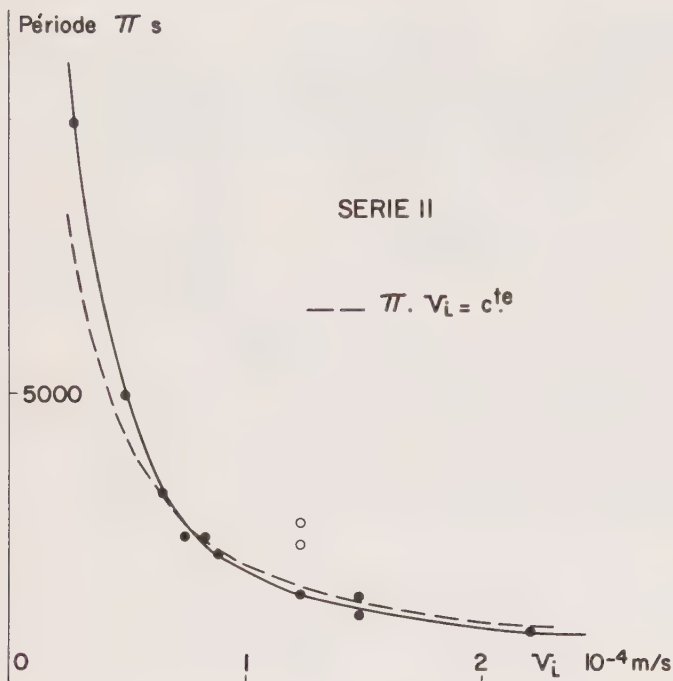


Figure 17

CONVECTION MIXTE

DANS UNE COUCHE HORIZONTALE



ESSAI 7-200 [$Ra^* = 114$; $V_L = 1 \cdot 10^{-4}$ m/s]

Températures dans une section
du massif perpendiculaire
à l'écoulement

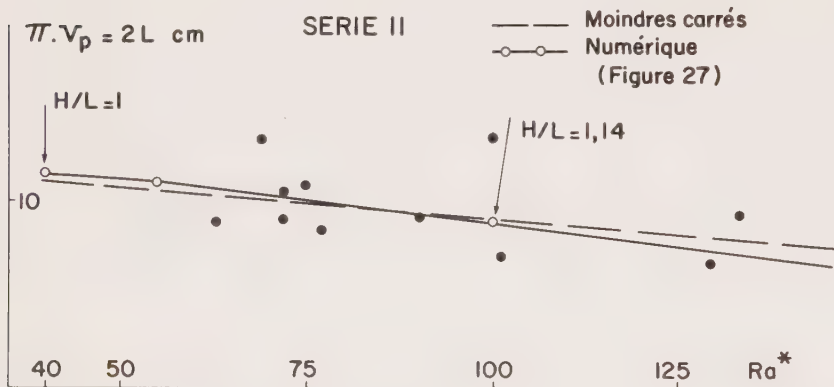
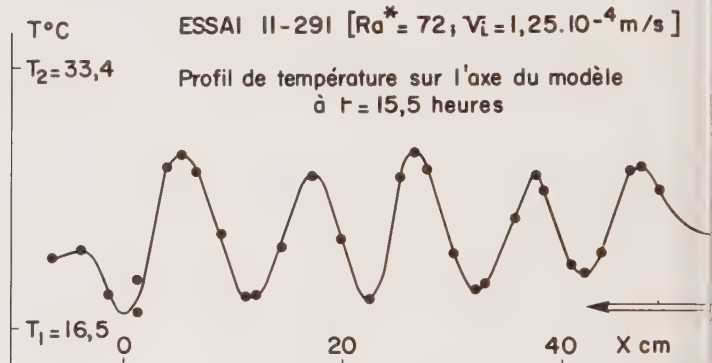
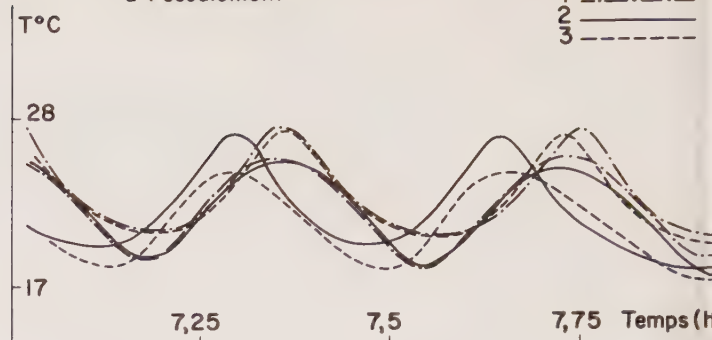
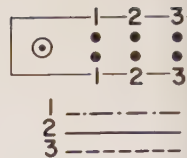


Figure 19

ESSAI II-286
[$Ra^* = 102$; $V_L = 1,25 \cdot 10^{-4}$ m/s]

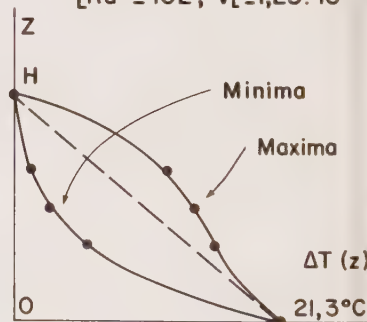


Figure 18

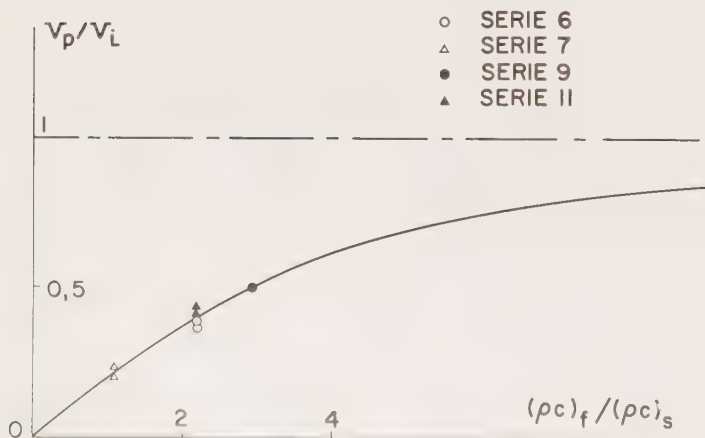


Figure 20

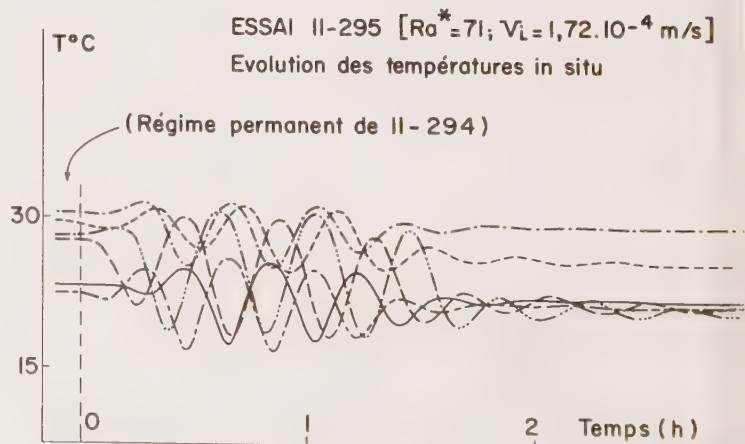


Figure 21

La période π des oscillations des relevés de température a d'autre part permis de déterminer la taille des rouleaux convectifs, taille définie par un rapport largeur/hauteur, L/H (figure 27). π est sensiblement inversement proportionnel à la vitesse de propagation ou à la vitesse de filtration (figure 18) ce qui indique que la taille des rouleaux est voisine de 1 pour des valeurs de Ra^* proches de $4\pi^2$, résultat en bon accord avec les prévisions de la théorie linéaire. D'autre part la taille des rouleaux est une fonction légèrement décroissante de Ra^* (figure 18).

7.2.2 - Rouleaux fixes parallèles à l'écoulement moyen

Lorsque la vitesse d'écoulement est plus importante (domaines (2) figure 16), la forme des cellules est différente. Si dans la période transitoire nous observons un comportement oscillatoire des températures in situ (figure 21), en régime permanent, la distribution des températures est stationnaire et les cellules de convection se présentent sous la forme de rouleaux hélicoïdaux d'axes parallèles à la direction de l'écoulement moyen (figure 15).

7.2.3 - Transition entre ces deux types de cellules

La limite entre les domaines (1) et (2) est peu nette (figure 16) et dans la zone intermédiaire, l'existence de l'une ou l'autre des configurations qui semblent également stables est probablement influencée par la qualité des conditions aux limites ou initiales de l'essai réalisé.

Malgré le manque de netteté de la transition il apparaît que la limite entre les deux domaines est définie par :

$$Pe_{(1)/(2)}^* = 0,75 \pm 0,25 \quad (62)$$

7.2.4 - Formes particulières de cellules convectives

Aucun des enregistrements de température réalisés en régime permanent ne nous a permis de considérer que les cellules convectives étaient des cellules polyédriques analogues à celles observées sans mouvement moyen, mais en déplacement. Par contre certains enregistrements suggèrent la possibilité de propagation de rouleaux parallèles mais pas tout à fait perpendiculaires à la direction moyenne d'écoulement ou même parfois de rouleaux perpendiculaires mobiles dans une partie du massif poreux alors que l'autre partie est occupée par des rouleaux stables hélicoïdaux. Nous avons pu également observer des vitesses de propagation de cellules anormales : les oscillations ont alors des périodes différentes de la normale [points blancs sur la figure 18 - $\pi = f(V_i)$]. Cependant même dans ce cas la taille des cellules reste la même, le produit $\pi.V_p$ n'étant pas affecté par l'existence de ces configurations particulières.

7.2.5 - Analogie avec la convection en couche fluide

L'existence possible de deux types de rouleaux convectifs a déjà été signalée dans la littérature à propos d'études sur la convection mixte dans des couches fluides, en l'absence de milieu poreux (AVSEC). La transition entre les deux régimes est dans ce cas un peu plus nette mais des formes particulières de cellules convectives ont également été observées.

7.3 - RESUME DES PRINCIPAUX RESULTATS

Des essais réalisés en convection mixte horizontale avec une vitesse moyenne d'écoulement relativement faible ($V < 3,5 \cdot 10^{-4}$ m/s) nous avons pu tirer les conclusions suivantes :

- Les conditions d'apparition de la convection naturelle laminaire, de la convection "fluctuante" ainsi que le transfert de chaleur global ne sont pas sensiblement affectés par l'existence d'un écoulement moyen.

- Dans le domaine de la convection laminaire ($40 < Ra^* < 260$) deux types de cellules ont été observés :

- * pour des faibles vitesses les cellules de convection se présentent sous la forme de rouleaux mobiles perpendiculaires à la direction de l'écoulement moyen. Leur vitesse de propagation et leur taille ont été déterminées.
- * pour des vitesses moyennes plus fortes ($Pe^* > 0,75 \pm 0,25$) les cellules se présentent sous la forme de rouleaux hélicoïdaux stables, orientés dans le sens de l'écoulement.

°

°

°

8 - CONVECTION NATURELLE DANS UNE COUCHE INCLINEE :

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les essais réalisés dans le domaine de la convection naturelle en couche inclinée ne l'ont été qu'afin de préparer une série d'expériences complémentaires sur la convection mixte en couche inclinée. En effet la cellule d'essai, dessinée pour l'étude de la convection mixte permet en utilisant uniquement la zone centrale une analyse correcte des mouvements de convection naturelle en couche horizontale mais convient moins bien à l'étude de la convection naturelle en couche inclinée.

Dans une couche inclinée non isotherme le fluide saturant n'est jamais au repos et l'analyse des enregistrements de température au sein du milieu permet de distinguer deux types d'écoulement.

Le nombre de Ra^* utilisé pour définir les conditions d'expériences est explicité de la même manière que dans le cas de la couche horizontale.

8.1 - MOUVEMENT UNICELLULAIRE

Pour de faibles valeurs du gradient moyen de température, le mouvement est unicellulaire, se développant sous la forme d'un rouleau unique, le courant ascendant longeant la limite chaude suivant la ligne de plus grande pente. Dans ce cas, l'évolution des températures in situ lors de l'établissement du régime permanent est très régulière (figure 23). Nous observons dans les essais réalisés, dans ces conditions, une forte dispersion des températures T_2 de la plaque chaude (figure 6). D'autre part le transfert de chaleur moyen entre les surfaces métalliques dépend de l'extension de la couche poreuse dans le sens de la plus grande pente. C'est pour cette raison que nous avons effectué des expériences sans aucun aménagement particulier de la cellule d'essai (séries 11 et 14) tandis que d'autres ont été menées dans des milieux poreux limités au droit des plaques métalliques (séries 12 et 13). Sur le plan qualitatif, aucune différence n'a été observée entre les comportement des deux milieux : c'est ce qu'indique par exemple la comparaison des résultats des séries 13 et 14, dans le cas d'une inclinaison α égale à 45° .

Nous tenons enfin à rappeler, comme nous l'avons mentionné au paragraphe 5.5.3 que dans ce cas la détermination du transfert de chaleur moyen est moins précise que dans le cas d'une couche horizontale.

8.2 - MOUVEMENTS POLYCELLULAIRES

Lorsque les gradients de températures sont plus importants, l'inclinaison de la couche étant peu importante (série 14 - inclinaison : $22,5^\circ$) l'évolution des températures in situ pendant le régime transitoire est analogue à celle observée lorsque la couche est horizontale : les mouvements convectifs se présentent sous la forme de cellules polyédriques d'axe vertical. Le transfert de chaleur est alors pratiquement comparable à celui observé dans les couches horizontales (figure 22 - série 14 - $Ra^* > 60$).

Dans le cas de mouvements polycellulaires nous avons observé le second type de convection naturelle (convection fluctuante) dans des conditions comparables à celles de la couche horizontale ($Ra^* > 260 \pm 10\%$).

8.3 - PRINCIPAUX RESULTATS

D'après les quelques séries d'essais réalisées nous pouvons indiquer que :

- lorsque l'inclinaison de la couche est importante ($\alpha \geq 45^\circ$) le mouvement convectif est unicellulaire dans la gamme de Ra^* prospectée
- lorsque l'inclinaison est faible ($\alpha = 22,5^\circ$ par exemple) on observe successivement, en faisant croître le nombre de Ra^* :

- * un mouvement unicellulaire,
- * une organisation polycellulaire stable analogue à celle obtenue dans une couche horizontale,
- * des mouvements de "convection fluctuante" analogues à ceux correspondant au second type de convection observé dans une couche horizontale.

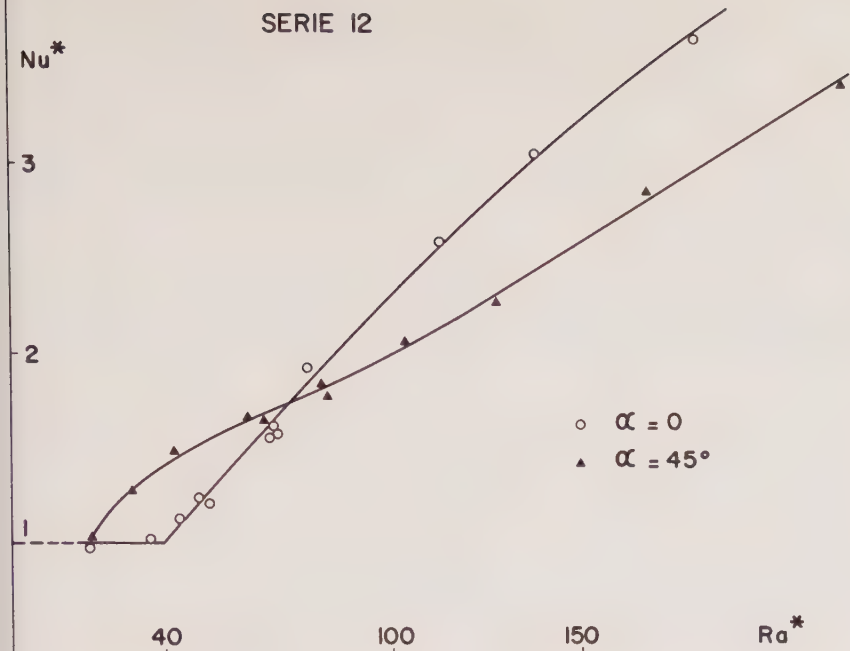
o

o

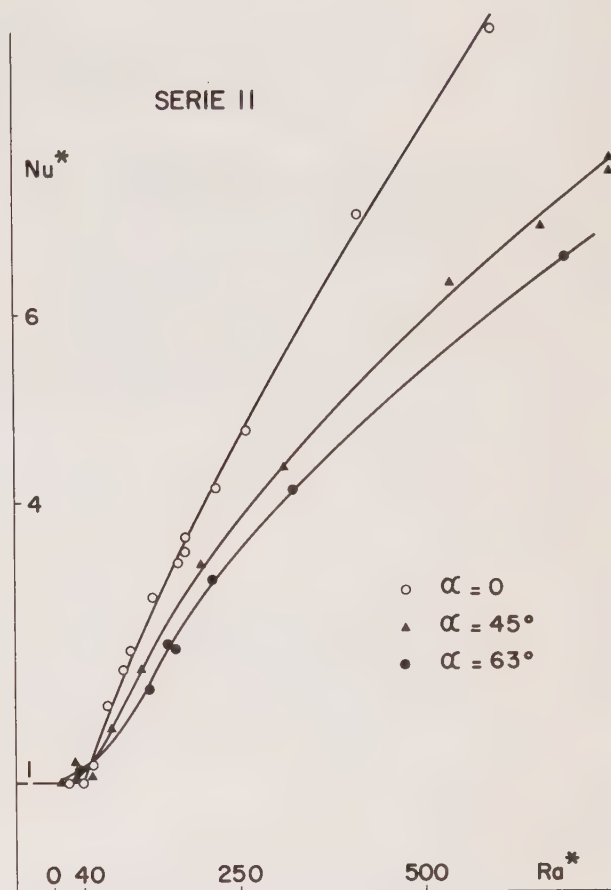
o

CONVECTION NATURELLE DANS UNE COUCHE INCLINEE

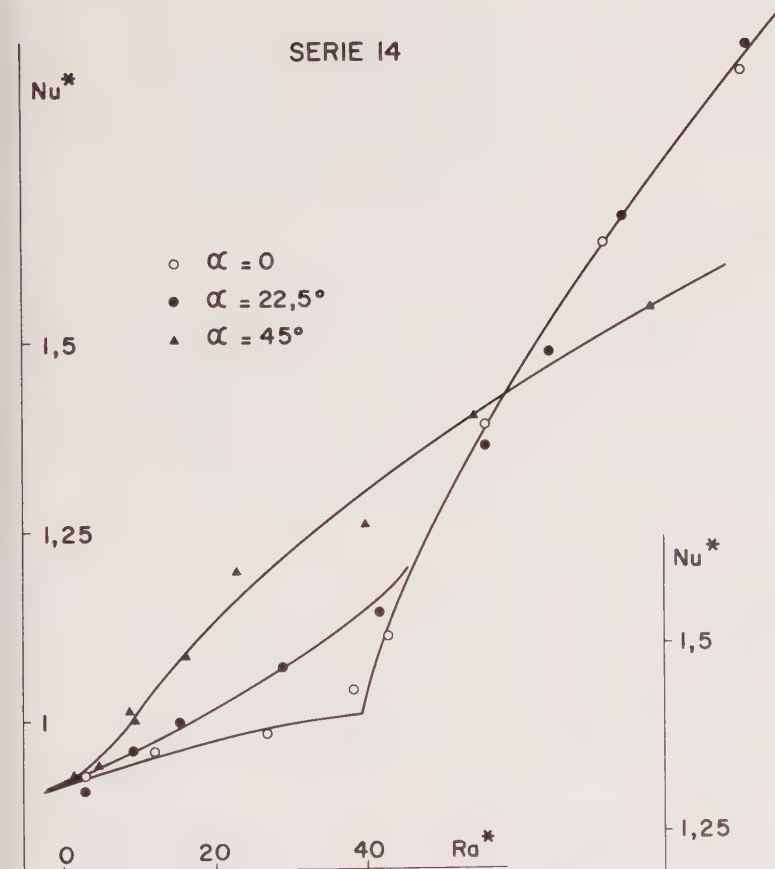
SERIE I2



SERIE II



SERIE I4



SERIE I3

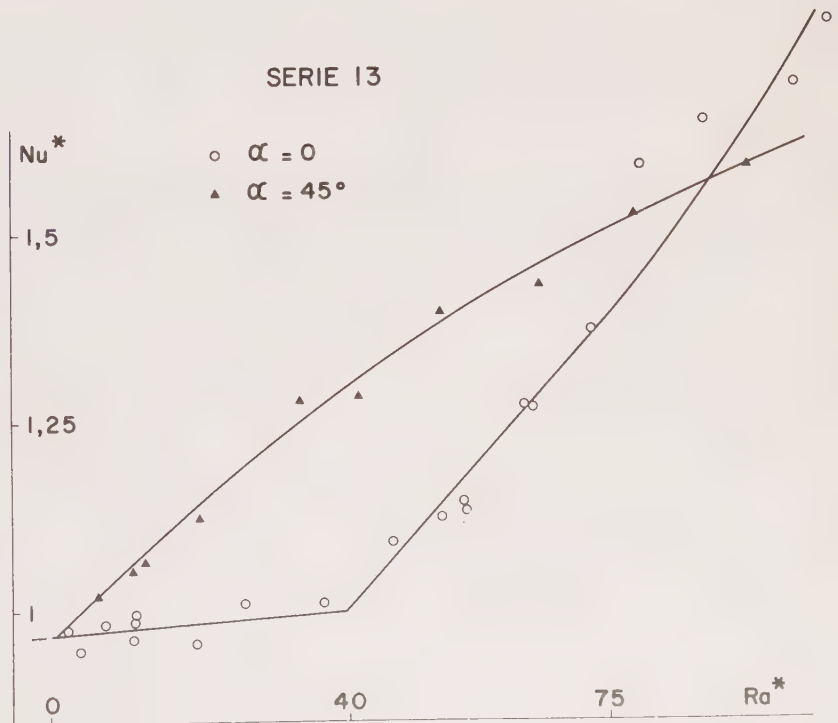


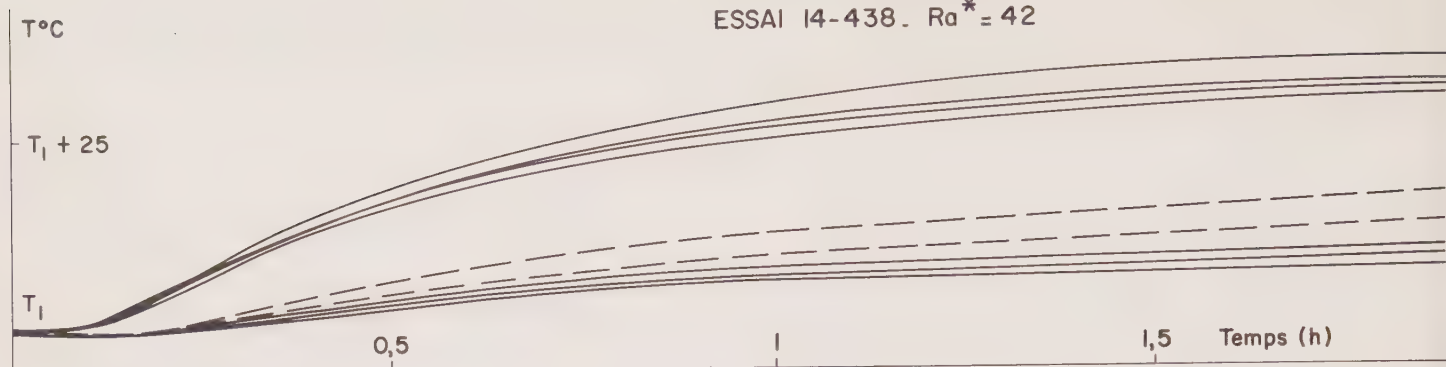
Figure 22

Figure 23

Convection naturelle en couche inclinée

Mouvement unicellulaire

ESSAI 14-438. $Ra^* = 42$



Convection naturelle en couche inclinée

Plusieurs cellules de convection. ESSAI 14-443

$Ra^* = 90$



Figure 24

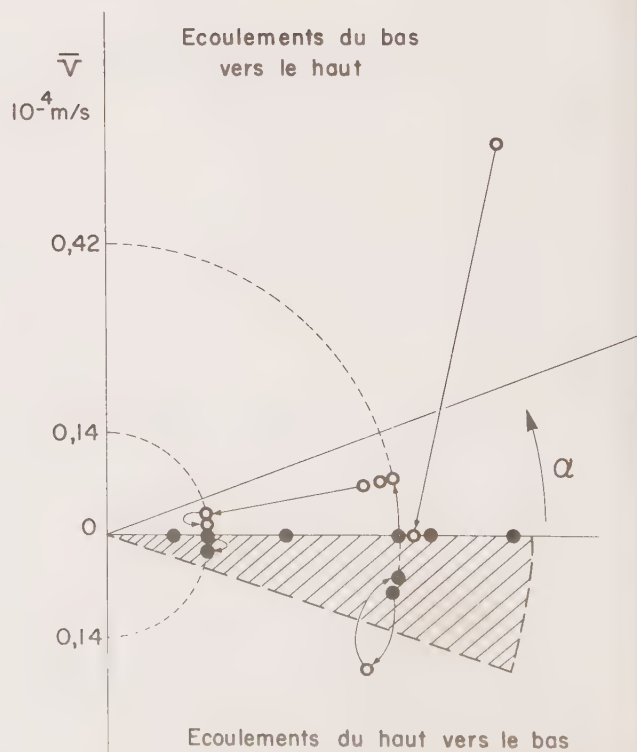
SERIE II
Convection mixte
en couche
d'inclinaison α

- Températures stationnaires
- Températures oscillantes

Etat initial Régime permanent



Figure 25



9 - CONVECTION MIXTE DANS UNE COUCHE INCLINEE :

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Dans le domaine de la convection mixte dans une couche inclinée, les essais exploratoires entrepris, quoique en nombre réduit (seule la série 11 a permis des essais systématiques) nous ont permis de distinguer, dans le domaine de la convection laminaire stable, le seul qui ait été étudié, deux types de mouvements convectifs. Ils se distinguent comme dans le cas de la convection mixte en couche horizontale par l'aspect des enregistrements de température effectués au sein du milieu. Nous avons distingué les enregistrements où, en régime permanent, les températures sont stationnaires de ceux où les températures in situ oscillent très régulièrement.

9.1 - MOUVEMENTS CELLULAIRES STABLES

L'existence d'un champ de température stationnaire correspond soit à un mouvement unicellulaire stable, dans le cas de couches fortement inclinées où la vitesse de l'écoulement moyen est faible, soit à des rouleaux convectifs hélicoïdaux dont l'axe est parallèle à la direction moyenne de l'écoulement, rouleaux obtenus pour des fortes vitesses d'écoulement moyen.

9.2 - ROULEAUX CONVECTIFS EN DEPLACEMENT

Des températures in situ oscillantes, analogues à celles représentées dans le cas d'une couche horizontale, sur les figures 17 et 19 n'ont été observées que pour de faibles inclinaisons ($\leq 15-20^\circ$) et lorsque l'écoulement s'effectue du haut vers le bas. En ce qui concerne la gamme des vitesses moyennes d'écoulement pour lesquelles ce type de mouvements convectifs existe, elle est identique à celle indiquée dans le cas d'une couche poreuse horizontale ($Pe^* \leq 0,75$).

La figure 25 présente d'une manière schématique les différents essais réalisés en indiquant l'état initial de chaque expérience entreprise. Cet état initial n'est pas explicité sur la figure lorsque le champ de température est uniforme au début de l'essai. Nous remarquons sur ce diagramme l'existence de cas où des phénomènes d'hystérésis sont observés sur les mouvements cellulaires alors que dans d'autres cas, ils ne se manifestent pas.

10 - ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE EN COUCHE HORIZONTALE

Nous avons réalisé un modèle numérique simulant une cellule de convection naturelle dans une couche horizontale. Cette modélisation a été entreprise afin de vérifier que le système d'équations utilisées, et plus particulièrement l'équation de transfert de chaleur, était bien adapté à la description du phénomène, de comparer les résultats numériques obtenus sur le transfert de chaleur moyen avec des résultats expérimentaux et de disposer enfin d'informations sur les champs de vitesses d'écoulement et de température au sein du milieu poreux.

10.1 - DESCRIPTION DU MODELE

Les expériences nous ayant montré que le transfert de chaleur moyen entre les surfaces isothermes n'est pas affecté par l'existence de cellules de convection d'une forme donnée, cellules polyédriques ou rouleaux à deux dimensions, nous avons choisi de traiter principalement et ce pour des raisons de simplicité le cas des ROULEAUX CONVECTIFS. Nous avons également étudié le cas de cellules cylindriques (§ V.2) mais les résultats numériques sont moins nombreux.

En régime permanent les distributions de vitesse et de température satisfont au système d'équations suivant dérivé du système (22, 23, 24, 25) en négligeant le terme $[(1/\varepsilon^2) (\vec{\nabla} \cdot \text{grad}) \vec{V}]$ dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement et en utilisant la fonction de courant Ψ . Ce système est écrit sous forme adimensionnelle

$$A^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z'^2} - A \left(U \frac{\partial \theta}{\partial x'} + W \frac{\partial \theta}{\partial z'} \right) = 0 \quad (63)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z'^2} + A^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x'^2} + A Ra^* \frac{\partial \theta}{\partial x'} = 0 \quad (64)$$

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial z'} \quad W = - \frac{\partial \Psi}{\partial x'} \quad (65)$$

A désigne le rapport H/L caractéristique d'un rouleau de convection de hauteur H et d'extension horizontale L . U et W sont définis par :

$$U = \frac{\bar{V}_x H (pc)_f}{\lambda^*} \quad W = \frac{\bar{V}_z L (pc)_f}{\lambda^*} \quad (66)$$

et $x' = x/L \quad z' = z/H$

$\bar{V}_x$ et $\bar{V}_z$ étant les composantes de la vitesse de filtration.

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$\begin{array}{lll} x' = 0 \text{ et } x' = 1 & \psi = 0 & \frac{\partial \theta}{\partial x'} = 0 \\ z' = 0 & \psi = 0 & \theta = 1 \\ z' = 1 & \psi = 0 & \theta = 0 \end{array} \quad (68)$$

Nous déterminons le régime permanent décrit par le système (62), (64), (65) comme la limite d'un régime transitoire lorsqu'un TEMPS FICTIF τ tend vers l'infini, l'équation (63) étant remplacée par une équation de la forme :

$$A^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z'^2} - A \left(U \frac{\partial \theta}{\partial x'} + W \frac{\partial \theta}{\partial z'} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (69)$$

Les équations sont remplacées par des équations approchées aux différences sur un maillage carré. Les distributions de température et de fonction de courant étant connues au temps τ ; la distribution de température à $\tau + \Delta\tau$ est déterminée par une méthode implicite des directions alternées, les fonctions de courant étant ensuite calculées par surrelaxation par point. Il n'est pas tenu compte dans ce modèle de la dispersion numérique. Une description très détaillée du modèle est donnée dans l'Annexe V.

10.2 - EXPLOITATION DU MODELE NUMERIQUE

Dans le calcul numérique des distributions de température et de vitesse au sein d'un rouleau convectif dans une couche plane d'extension infinie, la taille réduite des rouleaux L/H est un paramètre qui demeure indéterminé. Pour un nombre de Rayleigh donné nous avons donc déterminé les valeurs du nombre de Nusselt pour différentes valeurs de H/L . Nous avons observé (fig. 27) que les courbes $Nu^* = f(H/L)$ présentent un maximum en un point d'abscisse $(H/L)_m$. Pour la comparaison avec les résultats expérimentaux nous avons choisi les MAXIMA de ces courbes, maxima qui correspondent également, pour une valeur donnée de Ra^* , aux régimes permanents s'établissant le plus rapidement. Signalons que cette méthode qui permet comme nous le verrons un bon accord entre les résultats numériques ainsi sélectionnés, la théorie linéaire et les résultats d'expérience, a été également utilisée pour exploiter certains résultats numériques sur la convection en couche fluide (WANTLAND).

CONVECTION NATURELLE DANS UNE COUCHE HORIZONTALE

(REGIMES PERMANENTS)

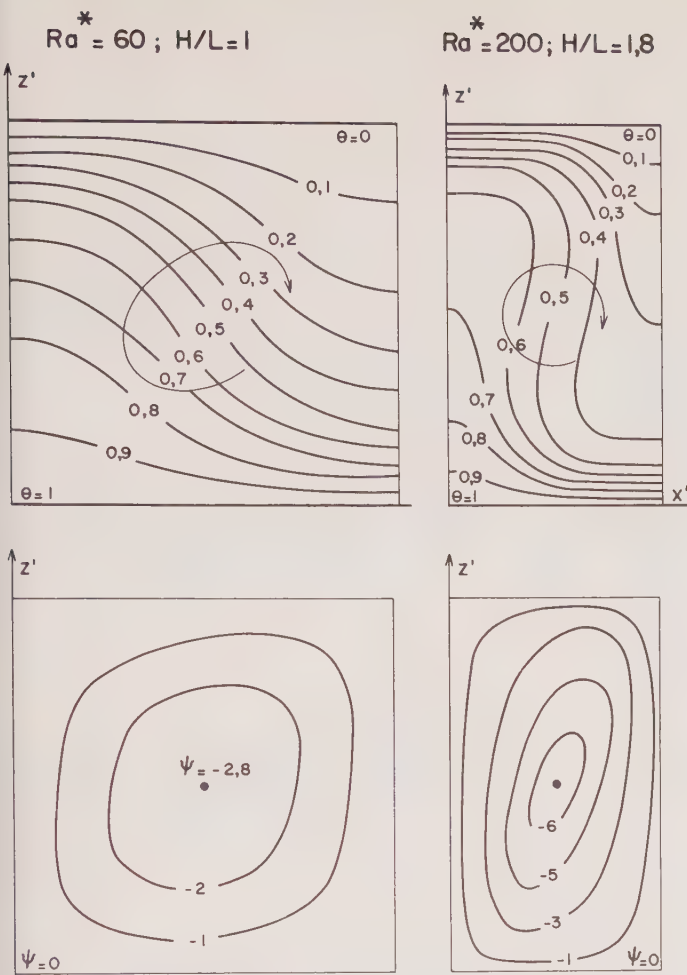


Figure 26

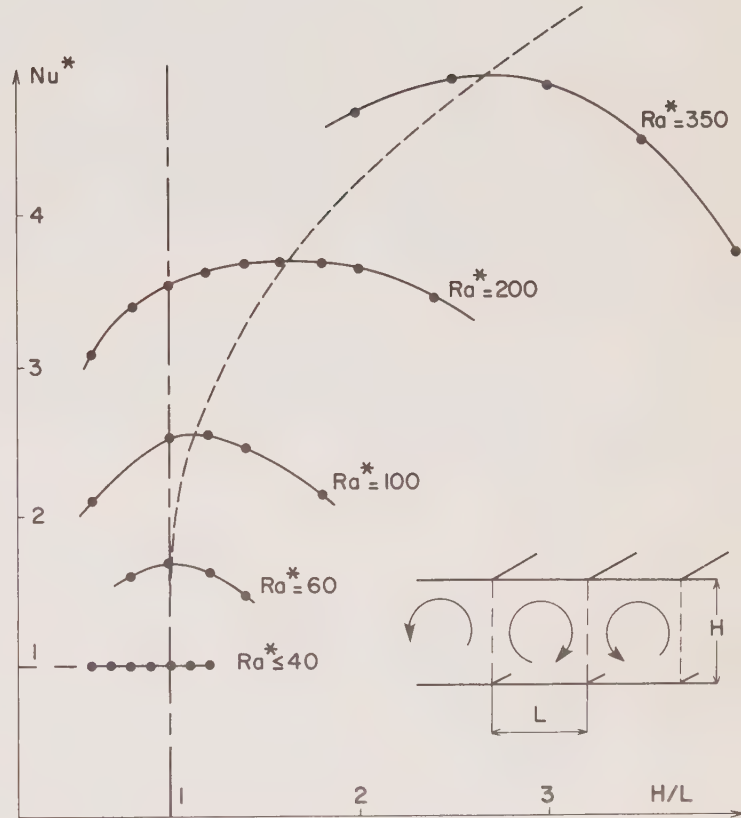


Figure 27

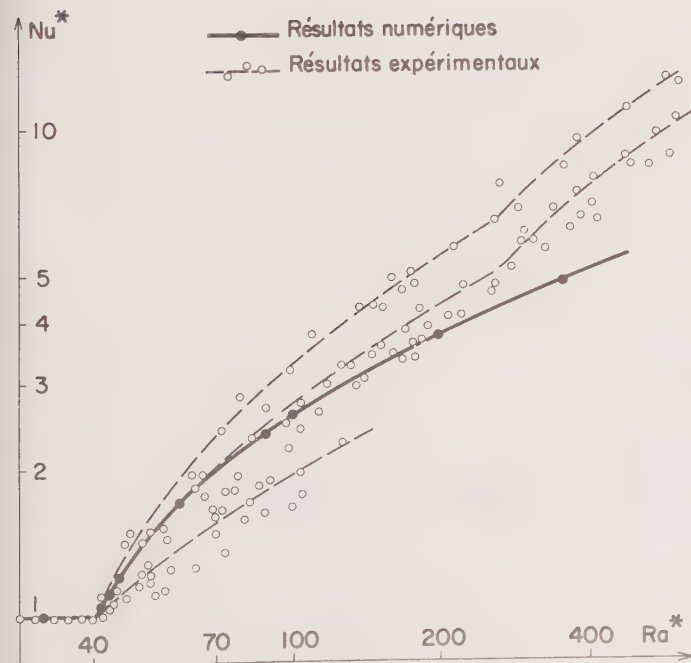


Figure 28

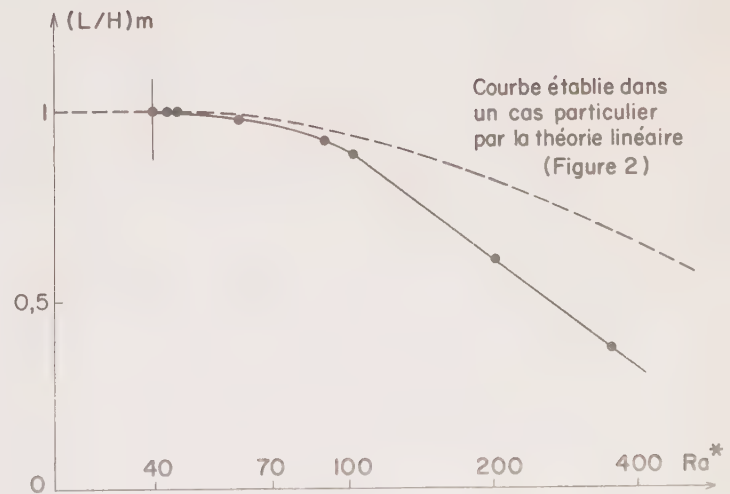


Figure 29

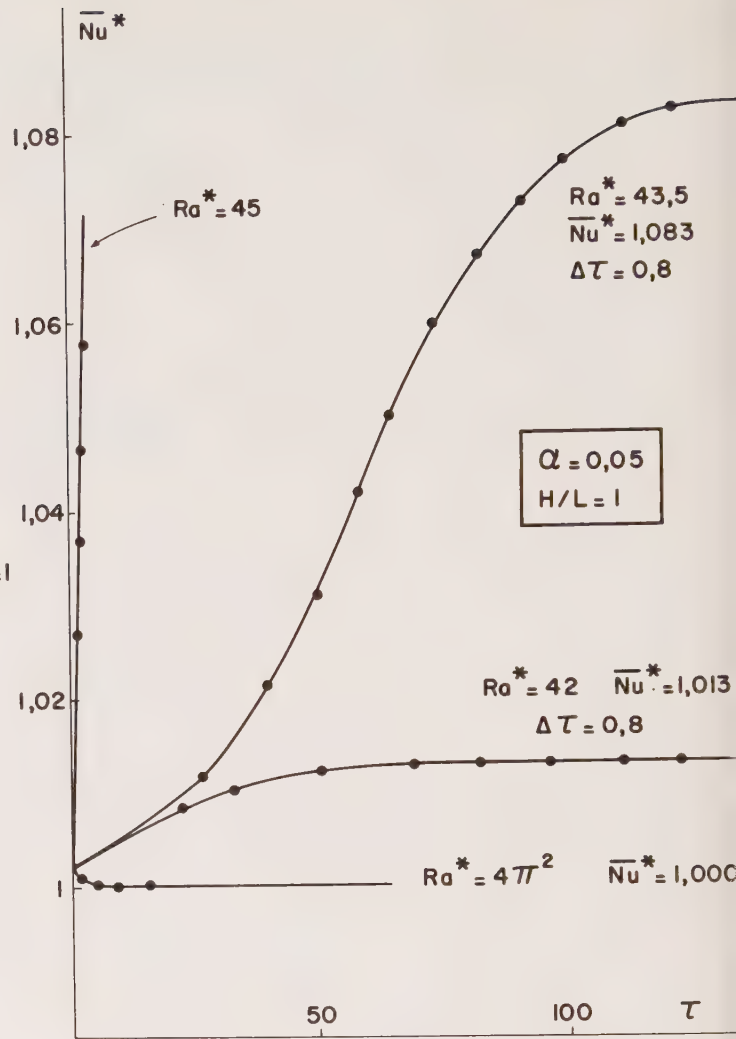
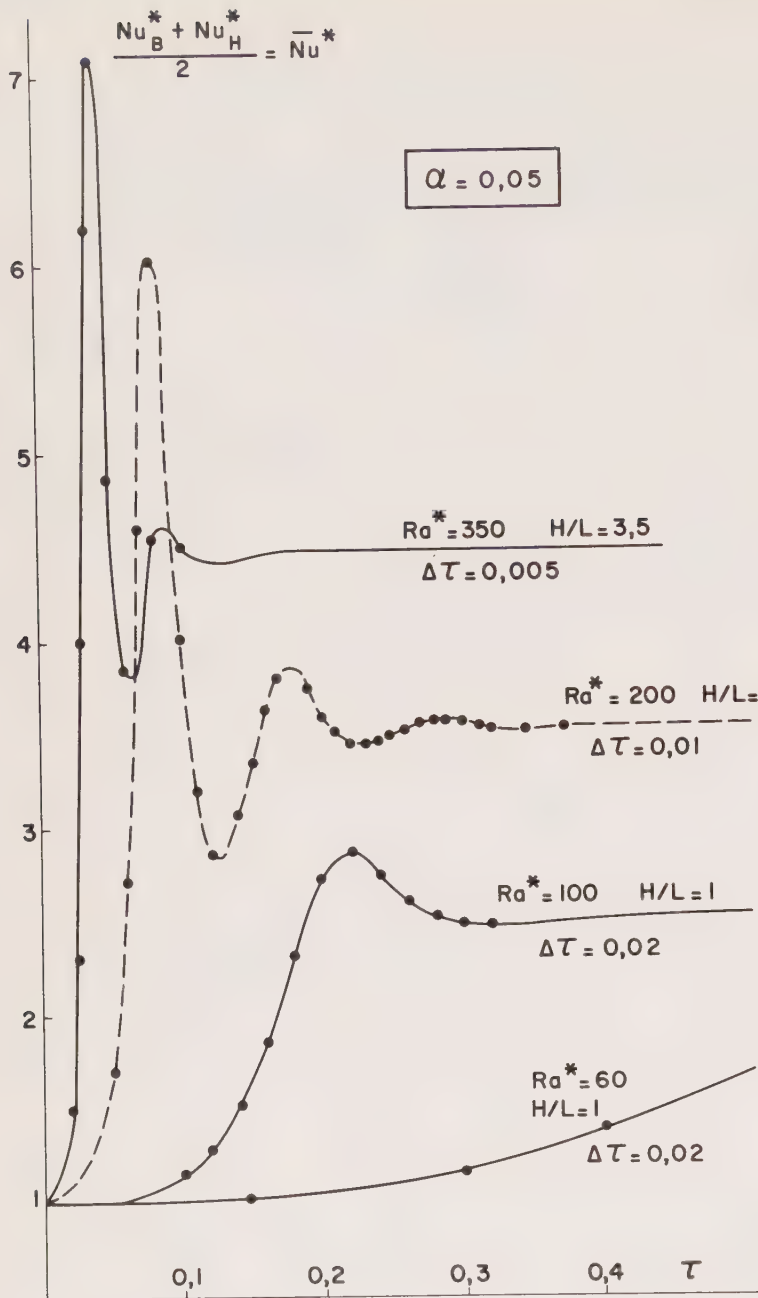


Figure 30

10.3 - RESULTATS OBTENUS

Le tableau 4 présente l'ensemble des résultats obtenus dans le cas des rouleaux de convection sur le transfert de chaleur moyen dû aux mouvements de convection, appréhendé à l'aide du nombre de Nusselt moyen Nu^* (la signification de Nu_B^* et Nu_H^* est explicité dans l'annexe V). La figure 30 présente d'autre part l'évolution "numérique" du nombre de Nusselt moyen en fonction du temps fictif, ce pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Les principaux résultats concernent l'apparition de la convection naturelle, la taille des cellules et le transfert de chaleur moyen, des informations intéressantes pouvant être extraites des champs de température et de fonction de courant calculés en régime permanent.

10.3.1 - Condition d'apparition de la convection

Les mouvements de convection se développent lorsque Ra^* est supérieur à 40 (figures 27 et 28). Ce résultat, en parfait accord avec l'expérience et la théorie linéaire (Ra^* critique = $4\pi^2$) est un test de qualité pour le modèle numérique.

10.3.2 - Taille des cellules

Pour des valeurs du nombre de Rayleigh voisines de 40, la valeur de $(H/L)_m$ concorde avec l'estimation effectuée par la théorie linéaire. D'autre part la largeur réduite des cellules $(L/H)_m$ est une fonction décroissante du nombre de Rayleigh (figure 29). Nous avons observé un phénomène analogue lors des expériences de convection mixte (§ 7.2.1 et figure 18), expériences réalisées dans la gamme de Ra^* (40-150). Ce résultat est également qualitativement confirmé par les développements de la théorie linéaire que nous avons exposés au paragraphe 4.4.

10.3.3 - Transfert de chaleur moyen

Les résultats obtenus sur les valeurs de Nu^* correspondant à $(H/L)_m$ sont en bon accord avec l'expérience (figure 28). Il convient cependant de remarquer que le modèle numérique ne permet d'établir qu'une relation biunivoque entre Nu^* et Ra^* alors que l'expérience a mis également en évidence l'influence des caractéristiques thermiques des phases solide et fluide. Certaines des séries d'essais ont été réalisées avec des milieux poreux de forte granulométrie ou dont les caractéristiques thermiques sont nettement différentes de celles du fluide saturant. Il semble que dans ces cas une équation unique ne soit pas tout à fait adaptée à la description du transfert de chaleur.

D'autre part, les résultats numériques obtenus s'écartent nettement des résultats expérimentaux pour des valeurs de Ra^* qui correspondent à l'existence du second type de convection.

T A B L E A U 4

CAS DES ROULEAUX DE CONVECTION

Ra^*	H/L	Nu_B^*	Nu_H^*	Nu^*
6	1	1,000	1,000	1,000
$4\pi^2$	1	1,000	1,000	1,000
42	1	1,013	1,013	1,013
43,5	1	-	-	1,081
45	1	1,150	1,151	1,150
<u>60</u>	0,8	1,603	1,603	1,603
	1,0	1,681	1,681	1,681
	1,2	1,622	1,620	1,621
	1,4	1,470	1,470	1,470
87,5	1	-	-	2,317
<u>100</u>	0,6	2,103	2,100	2,101
	1,0	2,531	2,511	2,521
	1,2	2,543	2,517	2,530
	1,4	2,483	2,454	2,468
	1,8	2,168	2,143	2,155
<u>200</u>	0,6	3,099	3,057	3,078
	0,8	3,421	3,359	3,391
	1,0	3,582	3,500	3,541
	1,2	3,664	3,569	3,616
	1,4	3,711	3,606	3,658
	1,6	3,741	3,628	3,684
	1,8	3,747	3,633	3,690
	2,0	3,725	3,610	3,667
	2,4	3,510	3,417	3,463
<u>350</u>	2,0	4,788	4,612	4,700
	2,5	4,968	4,824	4,906
	2,7	4,984	4,957	4,970
	3,0	4,917	4,814	4,865
	3,5	4,522	4,452	4,487
	4,0	3,771	3,724	3,747

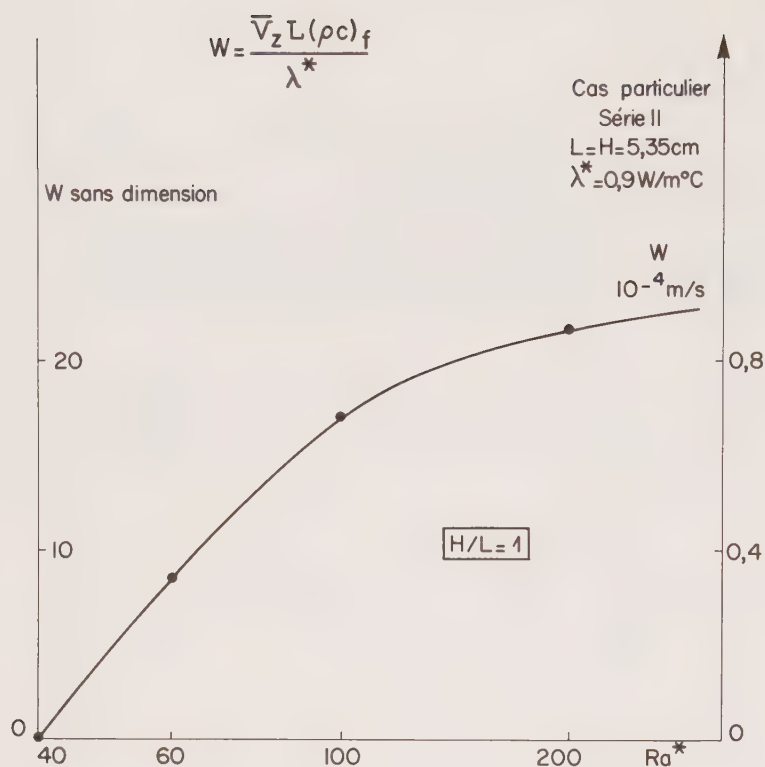
10.3.4 - Distribution de température et de fonction de courant

Deux exemples des distributions de température et de fonction de courant obtenues sont présentés sur la figure 26. Remarquons que dans la configuration correspondante à $Ra^* = 200$ il existe une zone centrale où la composante verticale du gradient local de température est opposée au gradient moyen.

La figure 31 présente les valeurs des vitesses ascensionnelles maxima de filtration dans un rouleau convectif, dans le plan médian du milieu poreux.



Figure 31



VITESSE ASCENSIONNELLE MAXIMALE DANS LE PLAN MEDIAN

- ▲ ○ ● Résultats expérimentaux (Figure 12)
- Théorie non linéaire (Figure 3)
- Résultats numériques (Figure 28)

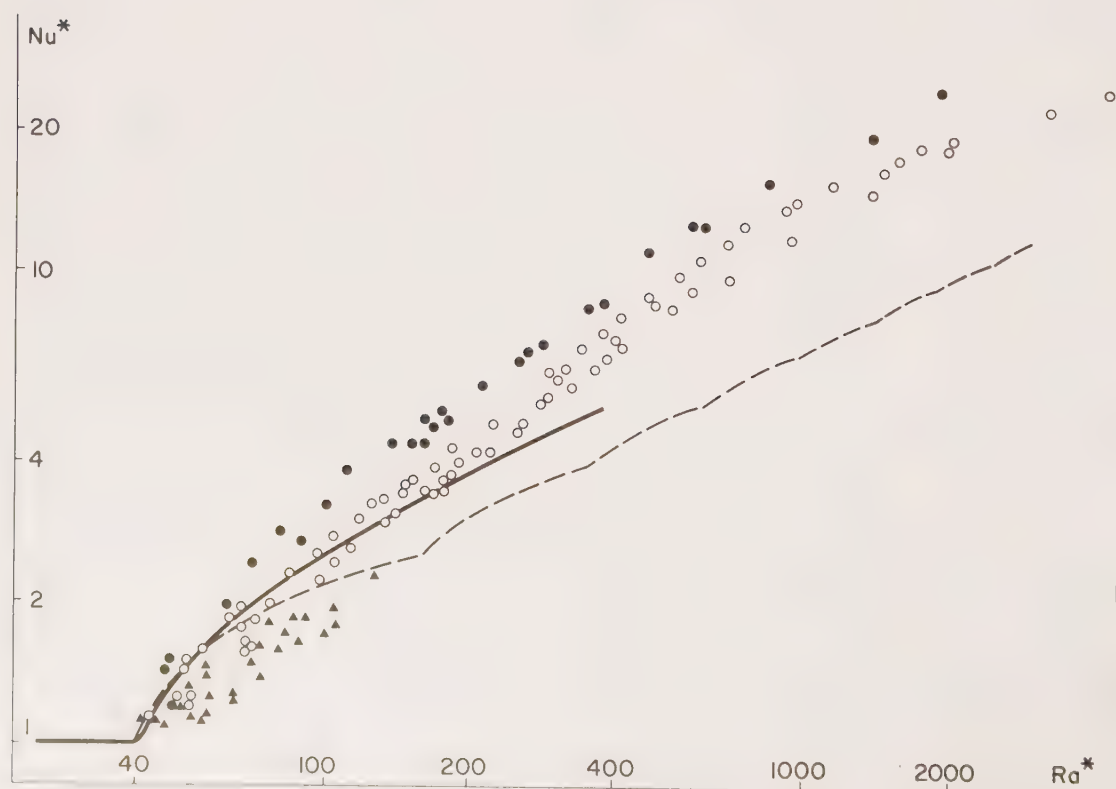


Figure 32

11 - CONCLUSIONS GENERALES

Au terme des essais dont nous avons présenté ici les principaux aspects certains résultats peuvent être considérés comme acquis en ce qui concerne la convection thermique dans une couche poreuse saturée par un fluide et limitée par deux plans isothermes, imperméables et parallèles.

L'analyse de la CONVECTION NATURELLE EN COUCHE HORIZONTALE a permis la confirmation expérimentale du critère d'apparition de la convection et de l'organisation cellulaire des mouvements convectifs. Elle a permis aussi l'observation d'un type de convection "fluctuante" pour des valeurs du nombre de Rayleigh supérieures à 260 environ.

En CONVECTION MIXTE EN COUCHE HORIZONTALE de nombreux résultats sont analogues à ceux obtenus en convection naturelle. Cependant dans le domaine de la convection laminaire stable deux types de cellules ont été observés. Les cellules se présentent sous la forme de rouleaux, en mouvement, perpendiculaires à l'écoulement moyen lorsque la vitesse de ce dernier est faible. Pour des vitesses moyennes plus importantes les cellules se présentent sous la forme de rouleaux stables parallèles à la direction moyenne de l'écoulement.

Quelques séries d'essais ont été réalisées dans une COUCHE INCLINÉE. Elles nous ont permis de recueillir des informations qualitatives sur les différents types d'écoulement possibles et sur les zones de transition qui les séparent.

Enfin l'ETUDE NUMERIQUE de la convection naturelle en couche horizontale a confirmé l'ensemble des résultats expérimentaux. Les résultats numériques sur le transfert de chaleur moyen par convection, établis à partir d'une équation de transfert de chaleur unique, ne concordent cependant bien avec les mesures effectuées, dans le domaine de la convection stable, que pour certains types de milieux poreux (figure 32).

o o o

Les conclusions que nous pouvons dégager de cet ensemble de résultats s'orientent selon deux directions principales.

D'une part, un traitement mathématique complètement fidèle du transfert de chaleur et de masse en milieu poreux apparaît difficile. Dans le cas du transfert de chaleur, l'assimilation du milieu poreux à un milieu continu fictif unique constitue une démarche féconde qui n'est cependant pas entièrement satisfaisante. Afin d'apprécier la validité, dans ce domaine d'étude, d'un modèle plus complexe de transfert de chaleur, utilisant le concept de coefficient de transfert nous avons entrepris un calcul numérique analogue à celui que nous avons présenté, calcul dont nous espérons qu'il nous permettra de mieux comprendre les résultats expérimentaux obtenus.

D'autre part, l'existence d'un squelette solide très dispersé ne modifie que peu l'aspect qualitatif des mouvements convectifs de la phase fluide et on observe une analogie nette entre le cas d'une couche fluide homogène et celui d'une couche poreuse. Les différentes formes de cellules observées dans une couche horizontale fluide ou poreuse, dans le domaine de la convection laminaire stable, tant en convection naturelle qu'en convection mixte sont les manifestations les plus explicites de cette analogie.

°

°

°

NOTATIONS

a	diffusivité thermique $\lambda/(\rho c)$ (toujours avec un indice ou un exposant)
a	coefficient (théorie linéaire - chapitre 4)
d	diamètre des particules constituant le milieu poreux
g	accélération de la pesanteur
n	constante de temps d'une perturbation
p	pression
s	numéro des modes d'instabilité
t	temps
x,y,z	coordonnées
x', z'	coordonnées adimensionnelles; $x' = \frac{x}{L}$ - $z' = \frac{z}{H}$
w	perturbation de vitesse verticale (chapitre 4)
A	nombre caractéristique du fluide saturant = $[\alpha(\rho c)_f]/\nu$
A	taille réduite d'une cellule de convection (calculs numériques) = H/L
H	hauteur de la couche poreuse
K	perméabilité
L	largeur d'un rouleau convectif ou côté d'une cellule hexagonale
Q	puissance électrique dissipée lors d'un essai
S	extension du volume d'investigation dans un plan parallèle aux plaques ($[S] = [L]^2$)
T	température $T_2 = T_1 + \Delta T$
U	vitesse adimensionnelle = $\bar{V}_x H (\rho c)_f / \lambda^*$
$\bar{V}$	vitesse de filtration
V_i	vitesse interstitielle = $\bar{V}/\epsilon$
V_p	vitesse de propagation des rouleaux convectifs
W	vitesse verticale adimensionnelle : $\bar{V}_z L (\rho c)_f / \lambda^*$
R	$(\rho c)_f / (\rho c)^*$
Z	fonction de z (théorie linéaire)
α	coefficient d'expansion thermique du fluide saturant
α	inclinaison de la couche poreuse (chapitres 8 et 9)
β	gradient de température
ϵ	porosité
θ	température adimensionnelle : $(T - T_1) / \Delta T$
λ	conductivité thermique

μ	viscosité dynamique = $\rho \nu$
ν	viscosité cinématique
ω	perturbation de pression (chapitre 4)
ρ	masse volumique du fluide
(ρc)	chaleur volumique (à pression constante)
τ	temps sans dimension, temps fictif
τ	perturbation de température (chapitre 4)
φ	densité de flux de chaleur
ω	coefficient de surrelaxation (calcul numérique)
$\beta_n, \bar{\beta}_n, \bar{\beta}, \bar{\beta}, \mu_n, \bar{\mu}_n$	constantes diverses (chapitre 6 - Annexe IV)
ΔT	écart de température
π	période des oscillations de température (chapitre 7)
θ	température sans dimension (annexe IV)
ψ	fonction de courant

NOMBRES SANS DIMENSION

DULONG, ECKERT	$Du^* = [\rho \bar{V}]^2 / [(\rho c)_f \Delta T]$
GAY-LUSSAC	$Ga = 1 / [\alpha \Delta T]$
GRASHOF	$Gr^* = [g \alpha \Delta T \cdot H \cdot K] / \nu^2$
NUSSELT	$Nu^* = \lambda_c / \lambda^*$
NUSSELT	$Nu_f = [\lambda_c - \lambda^* + \lambda_f] / \lambda_f$ (utilisé par SCHNEIDER)
PECLET	$Pe^* = [\nu d (\rho c)^*] / \lambda^*$
PRANDTL	$Pr = [\nu (\rho c)_f] / \lambda_f$
RAYLEIGH	$Ra^* = [g A \Delta T H K] / \lambda^*$
RAYLEIGH	$Ra_f = [g A \Delta T H K] / \lambda_f$ (utilisé par SCHNEIDER)

INDICES OU EXPOSANTS

a	caractérise une grandeur globale, apparente
c	indique un paramètre associé directement aux mouvements convectifs
f	fluide
m	caractérise une grandeur moyenne ou le makrolon (Annexe III)
s	solide
*	caractérise une grandeur définie en milieu poreux

B I B L I O G R A P H I E

- ANGOT, A., Compléments de mathématiques à l'usage des ingénieurs de l'électrotechnique et des télécommunications. Editions de la Revue d'Optique - 1965.
- AVSEC, D., Tourbillons thermoconvectifs dans l'air. Application à la météorologie. Publ. sci. tech. Minist. Air, n° 155. 1939.
- AZIZ, K., (1), A numerical study of cellular convection. Thèse - Houston 1966
- AZIZ, K., (2), HOLST, P.H. et KARRA, P.S., Natural convection in porous media Petroleum Soc. of C.I.M. - Paper 6813. 1968.
- AZIZ, K., (3), COMBARNOUS, M., Prédiction théorique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une couche poreuse horizontale. C.R.A.S. - Paris 271 - Série B - 813 - 815 - 1970.
- BARADAT, Y., COMBARNOUS, M., Conductivité thermique des milieux poreux (note bibliographique) - Note I.F.P. D 37-106 - 1967.
- BENARD, H., Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide. Rev. gen. Sci. pures appl. 11 - 1. 1261-1271 et 1309-1328. 1900.
- BIA, P., (1), Transfert de chaleur en milieu poreux (un seul fluide saturant et au repos ou en déplacement). Rapports I.F.P. 17 215 et 17 564 1969.
- BIA, P., (2), COMBARNOUS, M., Measurement of the thermal conductivity and thermal diffusivity of natural rocks at low temperature, J. of Scientific Instruments. 3 - 536-540 - 1970.
- BORIES, S., (1), Courants de convection en milieu poreux et gradient critique de température. C.R.A.S. Paris. 265. B. 1005-1008. 1967.
- BORIES, S., (2), THIRRIOT, C., Echanges thermiques et tourbillons dans une couche poreuse horizontale. La houille Blanche. 3. 237-245. 1969.
- BORIES, S., (3), Comparaison des prévisions d'une théorie non linéaire et des résultats expérimentaux en convection naturelle dans une couche poreuse saturée horizontale. C.R.A.S. - Paris - 271. Série B 269-272 - 1970.
- BORIES, S., (4) - Sur les mécanismes fondamentaux de la convection naturelle en milieu poreux - Thèse - Toulouse - Juillet 1970

- CARMAN, P.C., L'écoulement des gaz à travers les milieux poreux. Traduction P.U.F. 1961.
- CATTON, I., (1), Natural convection in horizontal liquid layers. Physics of Fluids - 9 . 2521-2522 - 1966.
- CATTON, I., (2), The influence of rotation on natural convection in horizontal liquid layers. 4e Conf. Int. sur le transfert de chaleur. Versailles - Communication NC 4.1 - 1970.
- CHAN, B.K.C., IVEY, C.M., et BARRY, J.M., Natural convection in enclosed porous media with rectangular boundaries. J. Heat transfer - 2 21-27 - 1970.
- CHANDRASEKHAR, S., Hydrodynamic and Hydromagnetic stability. Clarendon Press 1961.
- COMBARNOUS, M., (1) COULATY, C., Mesure des conductivités et diffusivités thermiques des huiles et des milieux poreux non consolidés. Rapport I.F.P. 15 428 - 1968.
- COMBARNOUS, M., (2), Difficultés rencontrées dans l'approche mathématique rigoureuse des phénomènes physiques en milieu poreux lors du passage de l'échelle du pore à une échelle immédiatement supérieure. Note I.F.P. D 37-160. 1968.
- COMBARNOUS, M., (3), Convection naturelle et convection mixte en milieu poreux Rapports I.F.P. 16 271, 17 414 et 18 492; 1968, 1969 et 1970.
- COMBARNOUS, M., (4), LE FUR, B., Transfert de chaleur par convection naturelle dans une couche poreuse horizontale. C.R.A.S.. Paris. 269. B 1009-1012. 1969.
- COMBARNOUS, M., (5), LE FUR, B., Convection mixte dans une couche poreuse horizontale. 4ème Conf. Int. sur le transfert de chaleur. Versailles. Communication CT 3.3 - 1970.
- COMBARNOUS, M., (6), Etude numérique de la convection naturelle dans une couche poreuse horizontale. C.R.A.S. Paris 271. B. 357-360. 1970.
- DIRKSEN, C., Natural convection in porous media and its effect on segregated forward combustion. Soc. Petroleum Engrs J. 267-280 - 1966.
- EDWARDS, D.K., et CATTON, I., Prediction of heat transfer by natural convection in closed cylinders heated from below. Int. J. Heat Mass Transfer 12. 23-30. 1969.
- ELDER, J.W., (1), Laminar free convection in a vertical slot. J. Fluid Mech. 23. 1. 77-98. 1965.
- ELDER, J.W., (2), Steady free convection in a porous medium heated from below J. Fluid Mech. 27. 3. 29-48. 1967.

- ELDER, J.W., (3), Transient convection in a porous medium. J. Fluid Mech. 27 3. 609-623. 1967.
- FROMM, J.E., Numerical Solutions of the non linear equations for a heated fluid layer. Phys. of Fluids - 8. 10. 1757-1769. 1965.
- GHEORGHITZA, S.I., Sur la stabilité marginale dans les milieux poreux homogènes C.R. Académie des Sciences de Roumanie. X - 12 - 1069-1073. 1960.
- GIAMBELLI, G., Fenomeni convettivi di fluidi in letti porosi. La Thermotecnica 9 - 567-576. 1963.
- GREEN, T., FREEHILL, R.L., Marginal stability in Inhomogeneous porous media. J. appl. Phys. 40. 4 - 1759-1762. 1969.
- HOLLANDS, K.G.T., Natural convection in horizontal fluid layers. Physics of Fluids 8. 389-390 - 1965.
- HOLST, P.H. (1), AZIZ, K., Numerical simulation of three dimensional natural convection in porous media. S.P.E. Preprint 2805. 1970.
- HOLST, P.H. (2), A theoretical and experimental investigation of natural convection in porous media. Thèse - Université de Calgary Octobre 1970.
- HORTON, C.W., ROGERS, F.T. Jr, Convection currents in a porous medium. J. appl. Phys. 16. 367-370 - 1945.
- HOUPEURT, A., Eléments de mécanique des fluides dans les milieux poreux. Technip. 1957.
- KATTO, Y. MASUOKA, T., Criterion for onset of convective flow in a fluid in a porous medium. Int. J. Heat Mass Transfer. 10. 297-309 1967.
- KLARSFELD, S., Etude de la convection naturelle dans un milieu poreux. Thèse - Paris - Juin 1970.
- MARLE, C., (1), SIMANDOUX, P., Diffusion avec convection dans un milieu stratifié. Colloque C.N.R.S. 160 - Paris - Avril 1966.
- MARLE, C., (2), Ecoulements monophasiques en milieux poreux. Revue de l'I.F.P. 22. 10. 1471-1509. 1967.
- MORI, Y., UCHIDA, Y., Forced convective heat transfer between horizontal flat plates. Int. J. Heat Mass Transfer, 9. 803-817. 1966.

- MORRISON, H.L., ROGERS, F.T., Jr., HORTON, C.W., Convection currents in porous media. II - Observation of conditions at onset of convection. J. appl. Phys. 20. 1027-1029 - 1949.
- NAGAGAWA, Y., Heat transport by convection. Physics of Fluids 3. 82-86 - 1960.
- NIELD, D.A., Onset of thermohaline convection in a porous medium. Water Resources Research. 4. 3. 553-560 - 1968.
- NUNGESSER, A., Etude analogique des fuites thermiques dans une cellule de mesure des conductivités et diffusivités thermiques de milieux non consolidés. Note D 34 - 254 - 1968.
- PELLEW, A., SOUTHWELL, R.V., On maintained convective motion in a fluid heated from below. Proc. of the Royal Soc. A. 176 . 312-343 - 1940.
- PRATS, M., The effect of horizontal fluid flow on thermally induced convection currents in porous mediums. J. of Geophysical Research 71. 20 4835-4838. 1966.
- ROGERS, F.T., Jr., (1), MORRISON, H.L., Convection currents in porous media III - Extended theory of the critical gradient. J. appl. Phys. 21. 1177-1180 - 1950.
- ROGERS, F.T., Jr., (2), SCHILBERG, L.E., MORRISON, H.L., Convection currents in porous media. IV - Remarks of the theory. J. of appl. Phys. 22. 12 - 1476-1479 - 1951.
- ROGERS, F.T., Jr., (3), Convection currents in porous media. V - Variational form of the theory. J. of appl. Phys. - 24. 7. 877-880 - 1953.
- SALTZMAN, B., Theory of thermal convection. Recueil d'articles déjà publiés datés de 1888 à 1957 rédigés en particulier par RAYLEIGH, JEFFREYS, TAYLOR, CHANDRASEKHAR et KUO - Dover Publications - 1962.
- SAMUELS, M.R., CHURCHILL, S.W., Stability of a fluid in a rectangular region heated from below, A.I. Ch. E. Journal 13. 1. 77 - 1967.
- SCHNEIDER, K.J. (1), Die Wärmeleitfähigkeit körniger stoffe und ihre Beeinflussung durch freie Konvektion. Thèse - Karlsruhe - 1963.
- SCHNEIDER, K.J., (2), Investigation of the influence of free thermal convection on Heat Transfer through Granular Material. XI - International Congress of Refrigeration. Paper 11-4 - Munich - 1963.

- SUN, W.M., EDWARDS, D.K., Natural convection in cells with finite conducting side walls heated from below. 4e Conf. Int. sur le transfert de Chaleur - Versailles - Communication NC 2.3. - 1970.
- SUN ZU-SHUNG, TIEN CHI, YEN YIN-CHAO - Onset of convection in a porous medium containing liquid with a density maximum. 4e Conf. Int. sur le transfert de chaleur. Communication NC 3.11 - 1970.
- THOMPSON, H.A., et SOGIN, H.H., Experiments on the onset of thermal convection in horizontal layers of gases. J. Fluid. Mech. 24. 3. 451-479 1966.
- WANKAT, P.C., SCHOWALTER, W.R., Stability of combined heat and mass transfer in a porous medium - Physics of Fluids - 13. 2418-2420 - 1970.
- WESTBROOK, D.R., Stability of convective flow in a porous medium. The Physics of Fluids 12. 8. 1547-1551 - 1969.
- WOODING, R.A., (1), Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium. J. Fluid Mech. 2. 273-285 - 1957.
- WOODING, R.A., (2), An experiment on free thermal convection of water in saturated permeable material. J. Fluid Mech., 582-600.
- WOODING, R.A., (3), Instability of a viscous liquid of variable density in a vertical Hele-Shaw cell. J. Fluid. Mech. 7. 501-515 - 1960.
- WOODING, R.A., (4), Rayleigh instability of a thermal boundary layer in flow through a porous medium. J. Fluid Mech. 183-192.
- WOODING, R.A., (5), Free convection of fluid in a vertical tube filled with porous material. J. Fluid Mech., 13 - 129-144 - 1962.
- WOODING, R.A., (6), Convection in a saturated porous medium at large Rayleigh number or Peclet number. J. Fluid Mech., 15. 4. 527-544. 1963.
- WOODING, R.A., (7), Mixing-layer flows in a saturated porous medium. J. Fluid Mech., 19. 1. 103-112.
- WYLLIE, M.J.R., GREGORY, A.R., Fluid flow through unconsolidated porous aggregates. Ind. Engng. Chem. 47. 4. 1379-1388 - 1955
-

A N N E X E 1

ANALYSE DIMENSIONNELLE REALISEE A PARTIR D'UN SYSTEME D'EQUATIONS SIMPLIFIE

Nous présentons dans cette annexe les détails de la mise sous forme adimensionnelle du système (23, 24, 25, 26) indiqué au paragraphe 3-4, système d'équations utilisé pour décrire le phénomène de convection naturelle, à l'aide de la théorie linéaire par exemple, lorsqu'on suppose que le transfert de chaleur peut être décrit par une équation unique, utilisant le concept de coefficient de conductivité thermique équivalent.

En négligeant le terme $[1/\varepsilon^2](\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$ dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, terme dont la forme exacte est, nous l'avons vu, discutable, le phénomène physique est décrit par le système :

$$\varepsilon \frac{\partial p}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -g \text{grad } p + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{v} \quad (1.2)$$

$$\rho = \rho_2 [1 - \alpha(T - T_2)] \quad (1.3)$$

$$\lambda^* \text{div}[g \text{grad } T] - \text{div}[(\rho c)_f \vec{v} T] = (\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.4)$$

Définissons les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$\text{temps} \quad \tau' = \frac{\lambda^*}{K(\rho c)^*} t \quad (1.5)$$

$$\text{distance} \quad X' = \frac{\lambda^* H}{K(\rho c)_f v} x \quad (1.6)$$

$$\text{température} \quad \theta = \frac{T - T_1}{\Delta T} \quad (1.7)$$

$$\text{vitesse} \quad \vec{U} = \frac{\bar{\rho} H}{\mu} \vec{v} \quad (1.8)$$

pression
$$\mathcal{P} = \frac{\bar{p} H^2}{\mu^2} p \quad (1.9)$$

masse spécifique
$$\mathcal{R} = \rho / \bar{\rho} \quad (1.10)$$

Le système (1.1), (1.2), (1.3), (1.4) peut s'écrire :

$$\left[\varepsilon \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*} \right] \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \tau'} + \operatorname{div} \vec{U} = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\lambda^*}{v(\rho c)^*} \frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau'} = - \frac{\lambda^*}{v(\rho c)_f} g \vec{\operatorname{grad}} \mathcal{P} - \frac{KH}{v^2} g \mathcal{R} \vec{k} - \vec{U} \quad (1.12)$$

$$\mathcal{R} = 1 - [\alpha \Delta T] \theta \quad (1.13)$$

$$\left[\frac{\lambda^* H}{\sqrt{K} (\rho c)_f v} \right]^2 \operatorname{div} (g \vec{\operatorname{grad}} \theta) - \operatorname{div} (\theta \vec{U}) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau'} \quad (1.14)$$

$\vec{k}$ désignant le vecteur unitaire d'un axe vertical dirigé vers le haut. En explicitant, dans les équations (1.11) et (1.12), $\mathcal{R}$ à l'aide de l'équation (1.13) nous obtenons :

$$- \left[\varepsilon \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*} \alpha \Delta T \right] \frac{\partial \theta}{\partial \tau'} + \operatorname{div} \vec{U} = 0 \quad (1.15)$$

$$\left[\frac{\lambda^*}{v(\rho c)^*} \right] \frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau'} = - \left[\frac{\lambda^*}{v(\rho c)_f} \right] g \vec{\operatorname{grad}} \mathcal{P} - \left[\frac{KHg}{v^2} \right] \vec{k} + \left[\frac{\alpha \Delta T KHg}{v^2} \right] \theta \vec{k} - \vec{U} \quad (1.16)$$

$$\left[\frac{\lambda^* H}{v(\rho c)_f \sqrt{K}} \right]^2 \operatorname{div} (g \vec{\operatorname{grad}} \theta) - \operatorname{div} (\theta \vec{U}) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau'} \quad (1.17)$$

En choisissant les nombres sans dimension suivants :

$$\begin{array}{ccc} \frac{\nu(\rho c)_f}{\lambda^*} & \varepsilon & Gr^* = \frac{g \alpha \Delta T H K}{\nu^2} \\ \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*} & \frac{\sqrt{K}}{H} & Ga = \frac{1}{\alpha \Delta T} \end{array} \quad (1.18)$$

nous pouvons écrire le système précédent sous la forme :

$$\left[\varepsilon \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*} \frac{1}{Ga} \right] \frac{\partial \theta}{\partial \tau'} - \text{div } \vec{U} = 0 \quad (1.19)$$

$$\left[\frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*} \frac{\lambda^*}{\nu(\rho c)_f} \right] \frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau'} = \left[\frac{\lambda^*}{\nu(\rho c)_f} \right] g \vec{\text{grad}} \theta - [Gr^* Ga] \vec{k} + Gr^* \theta \vec{k} - \vec{U} \quad (1.20)$$

$$\left[\frac{H}{\sqrt{K}} \frac{\lambda^*}{\nu(\rho c)_f} \right]^2 \text{div} (g \vec{\text{grad}} \theta) - \text{div} (\theta \vec{U}) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau'} \quad (1.21)$$

Si le système simplifié d'équations qui a servi de base à cette présentation permet de décrire correctement le phénomène de convection naturelle, celui-ci peut donc être étudié à l'aide des nombres sans dimension suivants :

$$Gr^*, \frac{\sqrt{K}}{H}, \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}, \frac{\nu(\rho c)_f}{\lambda^*}, \varepsilon, Ga \quad (1.22)$$

Dans le cas où le système choisi fournit une description trop pauvre de la réalité, le caractère non exhaustif de la liste (1.22) apparaît nettement. Cette conclusion est mise en évidence par l'autre approche de l'analyse adimensionnelle que nous évoquons au chapitre 3.

°

°

°

A N N E X E II

DESCRIPTION DETAILLEE DE L'APPAREILLAGE

L'appareillage comprend la cellule principale dans laquelle se développent les mouvements convectifs (figures 2-3) et un ensemble d'éléments annexes qui permettent l'établissement de conditions aux limites stables et la mesure des températures et des flux de chaleur.

II.1 - CELLULE D'ESSAI

La cellule est constituée d'un bloc de makrolon chargé de fibres de verre (90 x 47 x 8 cm). Ce plastique polycarbonate linéaire a été choisi en raison de sa faible conductivité thermique ($0,3 \text{ W/m}^\circ\text{C}$), de sa bonne tenue en température (145°C en permanent), de sa haute résistance mécanique et de son excellent comportement à l'usage.

Dans ce bloc a été usiné (figure 2-1) un tunnel parallélépipédique (longueur 90 cm; largeur 37 cm) dont la hauteur 5,35 cm correspond à l'espacement entre les deux plaques métalliques planes (61 x 37) destinées à la régulation de température. La disposition du volume d'essai dans le bloc (figure 2-4), à proximité de l'extrémité aval du tunnel, dans le cas d'un écoulement, a été choisie pour permettre l'obtention d'une vitesse de filtration uniforme dans toute la section du massif poreux, avant l'arrivée entre les plaques isothermes.

Le rapport entre hauteur et largeur du tunnel est suffisamment petit (0,145) pour que l'influence des parois latérales épaisses (5 cm) et peu conductrices sur l'organisation des mouvements de convection soit faible. Dans l'interprétation des mesures de transfert de chaleur, il est tenu compte de la fuite thermique due aux parois latérales.

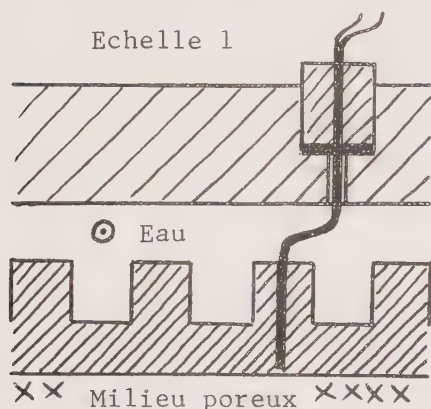
La cellule est limitée à chaque extrémité par deux embouts destinés à maintenir le milieu poreux. Ces embouts ont été dessinés de manière à permettre un écoulement uniforme dans le milieu poreux en l'absence de convection thermique.

Il est possible enfin de limiter la cellule au volume d'essai proprement dit (figure 2-1) en remplissant les autres parties du tunnel par des éléments en makrolon. La cellule ainsi déterminée a été utilisée pour certaines séries d'essais de convection naturelle, particulièrement en couche inclinée.

II.2 - ETABLISSEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

II.2.1 - Plaque supérieure froide (T_1)

Cette plaque en Dural est maintenue à une température fixe, voisine de l'ambiante, par circulation en son sein, à fluide perdu, de l'eau du secteur (figure 2-3). Des débits importants (> 30 l/mn) permettent d'obtenir ce résultat même lorsque de fortes puissances sont dissipées dans la plaque chaude. Dans la plaque l'écoulement d'eau est transversal, perpendiculaire à l'écoulement moyen dans le massif; la surface de contact entre métal et eau de régulation est cannelée de manière à améliorer le transfert de chaleur.



Huit thermocouples (§ II.3.1) sont disposés dans la plaque froide, le point de mesure étant à proximité immédiate du milieu poreux. Ils ont permis de constater que lors des essais, principalement pendant ceux qui sont réalisés lorsque le massif est horizontal, la température est pratiquement uniforme dans toute la plaque : la dispersion des résultats de mesure, très inférieure au degré, peut résulter aussi bien de différences de mise en place des thermocouples que d'hétérogénéités thermiques réelles à la limite du milieu.

II.2.2 - Plaque inférieure chaude (T_2)

Cette plaque, en Dural également, est composée d'un ensemble de douze résistances électriques d'environ 16Ω chacune, groupées deux par deux (figure 2-2) et placées dans un bain d'huile de faible épaisseur (figure 2-3). Elles sont alimentées en courant alternatif (50 Hz), les voltages aux bornes de chaque groupe de résistances étant réglables indépendamment de 0 à 220 V, ceci afin de pouvoir assurer au mieux l'uniformité de la température dans la plaque. La puissance maximale du dispositif de chauffage est d'environ 25 kW.

Douze thermocouples sont disposés dans la plaque chaude, le point de mesure étant comme dans la plaque froide à moins d'un millimètre du milieu poreux. Chaque thermocouple est mis en place à l'aplomb du centre de chaque élément chauffant (figure 2-2). Lors des essais réalisés en couche horizontale, la dispersion des températures ainsi enregistrées dans la plaque chaude est plus importante que celle observée dans la plaque froide. Elle atteint parfois 1 ou 2 degrés de part et d'autre de la valeur moyenne T_2 , lorsque le nombre de Rayleigh est très élevé. Les écarts observés ne sont cependant pas parfaitement aléatoires; comme d'autre part les fils de thermocouples bien isolés thermiquement traversent le bain d'huile parfois à proximité immédiate des fils de chauffage, nous pensons que plus encore dans ce cas que dans celui de la plaque froide, les écarts de température observés reflètent davantage des différences dans la mise en place des thermocouples que des hétérogénéités réelles de température à la limite inférieure du milieu poreux.

Figure 2 - 1

DIMENSIONS DE LA ZONE D'ESSAI (mm)

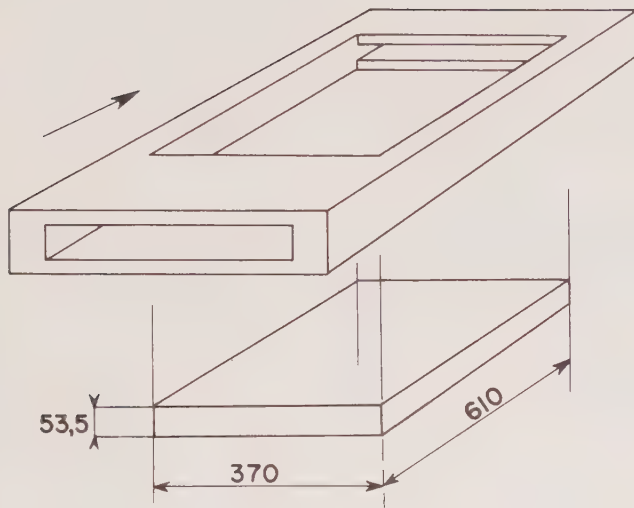
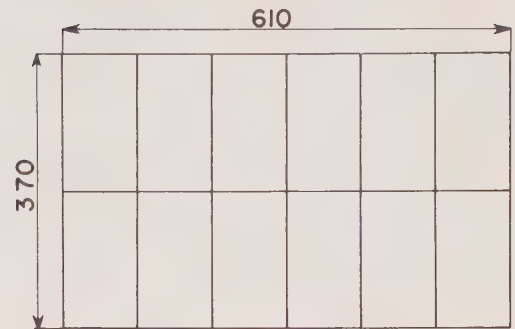
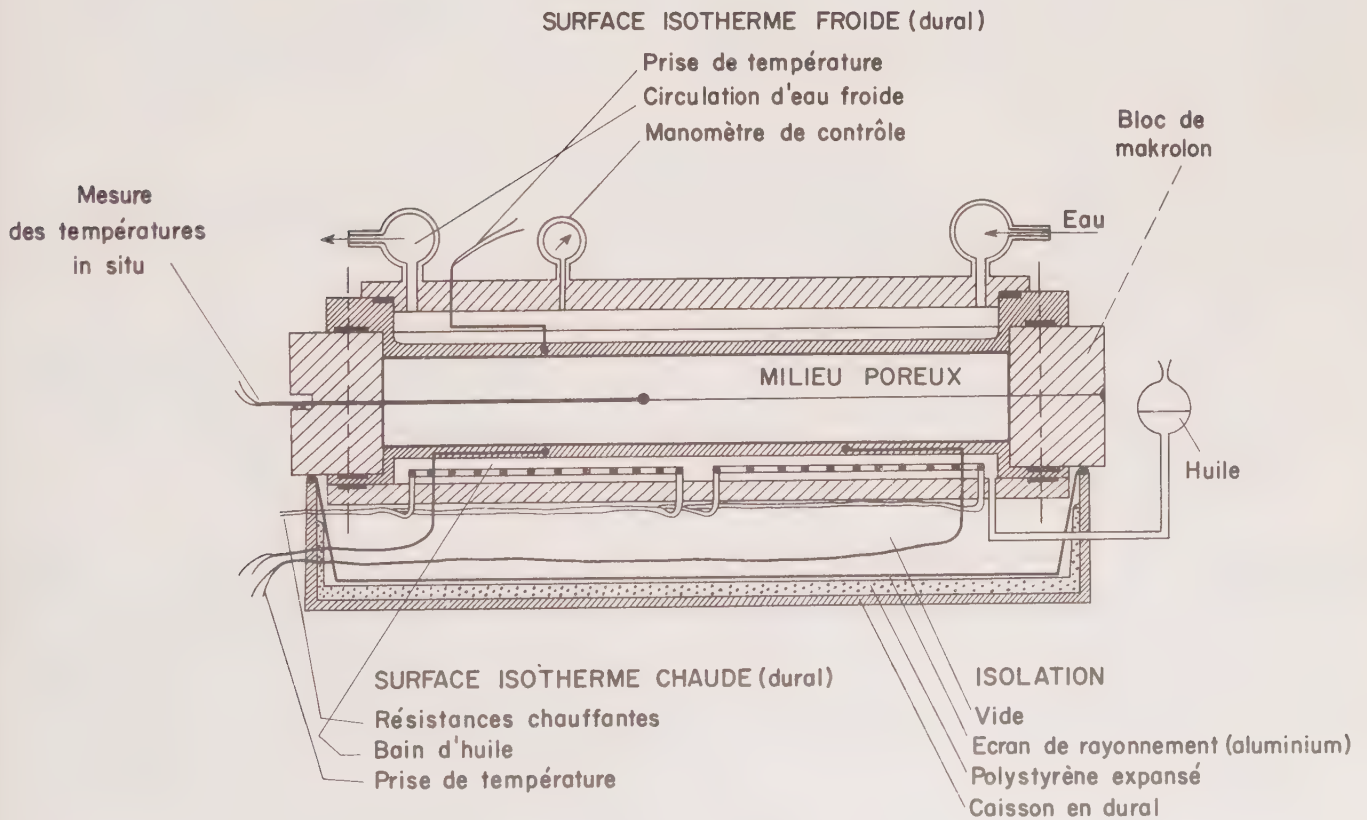
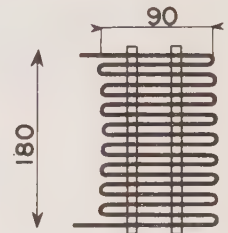


Figure 2 - 2

ZONE D'ACTION DES
RESISTANCES CHAUFFANTES



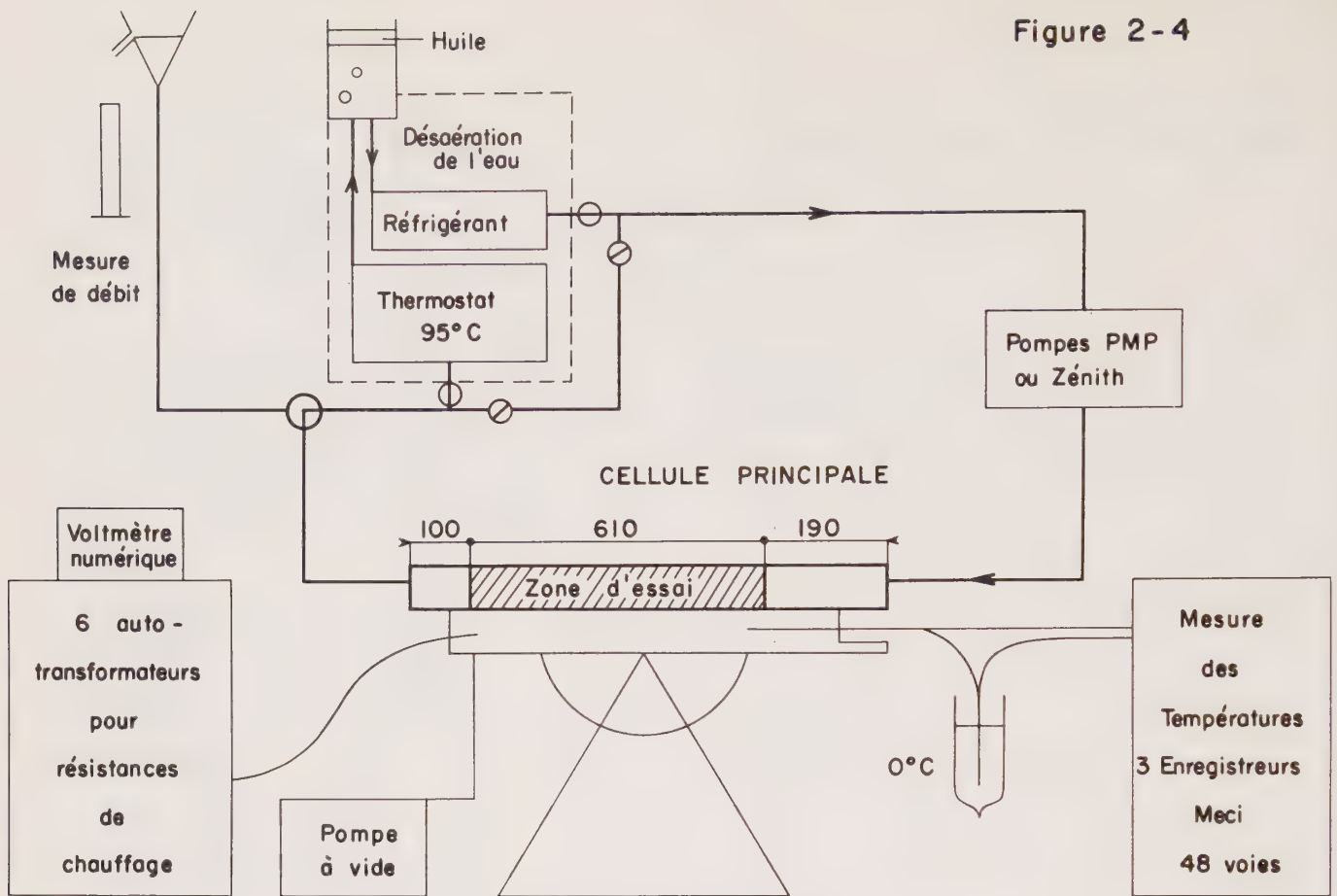
ELEMENT
CHAUFFANT



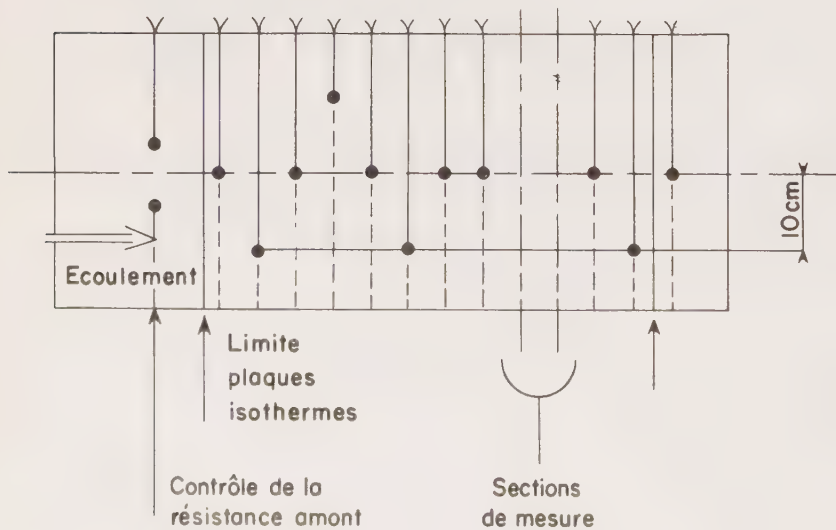
ECHELLE : 2/9

Figure 2 - 3

Figure 2-4



EMPLACEMENTS DES THERMOCOUPLES (dans le plan médian de 5 en 5 cm)



SECTION DE MESURE

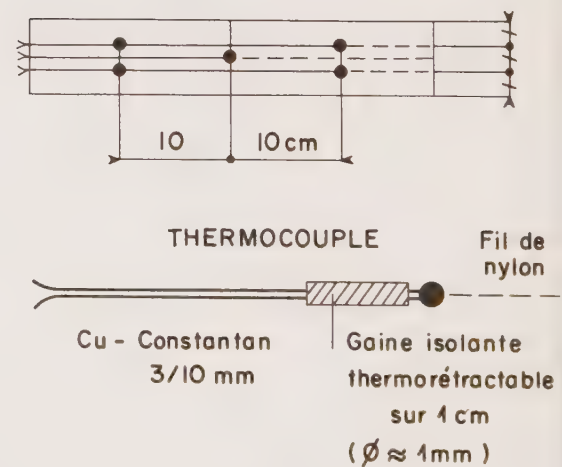


Figure 2-5

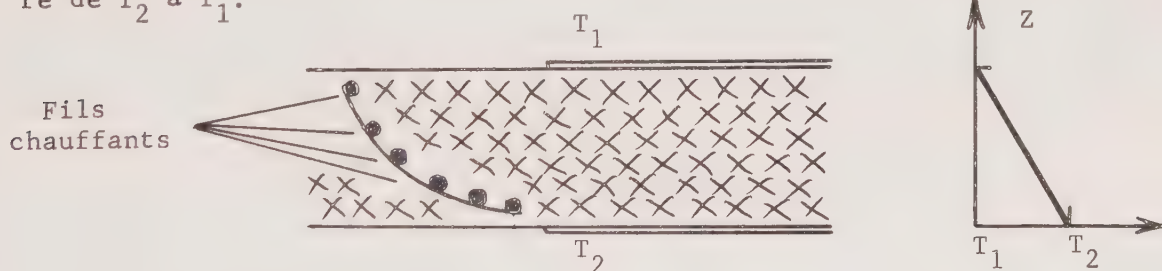
II.2.3 - Écoulement moyen du fluide saturant

Différents moyens ont été utilisés pour assurer un débit d'écoulement moyen constant à travers le milieu, en convection mixte : vases à niveaux constants, pompe Zénith à débit constant, pompes P.M.D. à débit très légèrement pulsé. Le débit, mesuré à la sortie du massif poreux, peut atteindre des valeurs d'environ 20 à 30 l/h ce qui correspond compte tenu des granulométries utilisées à un nombre de Reynolds $Re^* \approx 1$ à 2 dans le cas d'un écoulement d'eau. Nous pouvons donc explorer toute la gamme des vitesses pour lesquelles la loi de Darcy est considérée comme valable, dépassant même probablement avec certains milieux les limites de validité de cette loi.

Dans le cas où le mouvement moyen est assuré par une pompe le circuit est un circuit fermé. Dans tous les cas où le fluide saturant est de l'eau, des dispositifs annexes permettent une désaération du fluide avant chaque essai ou en cours d'essai (figure 2-4).

II.2.4 - Résistance de chauffage en amont de la zone d'essai

Lors des essais de convection mixte, une résistance électrique a été mise en place au sein du milieu afin comme nous l'avons signalé au paragraphe 5.5.2 de réduire l'extension de la zone d'établissement du régime permanent développé. Cette résistance électrique ($11,6 \Omega$) est alimentée à l'aide d'un auto-transformateur variable. La puissance qui y est dissipée permet d'élever la température moyenne du fluide à $T = T_1 + \Delta T/2$. Elle est d'autre part conçue de manière à imposer dans le flux un profil de température linéaire de T_2 à T_1 .



II.3 - MESURE DES TEMPERATURES

II.3.1 - Thermocouples fixes

Dans les plaques comme au sein du milieu poreux les températures sont mesurées à l'aide de thermocouples cuivre-constantan constitués par des fils émaillés de 3/10 de mm de diamètre. Une des soudures étant dans la glace fondante, les forces électromotrices sont mesurées sur des enregistreurs Meci. Nous utilisons pour la restitution des températures les tables d'étalonnage standard après avoir vérifié qu'avec les fils choisis elles permettaient une conversion exacte entre température et f.é.m.

Les soudures sont toutes isolées électriquement par des gaines thermo-rétractables (figure 2-5). Dans le milieu poreux, les thermocouples sont maintenus en place par des fils de nylon.

Dans les plaques isothermes, les soudures sont mises en place dans la masse métallique à l'aide d'un ciment au cuivre bon conducteur de la chaleur; d'autre part, au sein des plaques, les thermocouples sont isolés sur toute leur longueur par une gaine thermorétractable (à travers le bain d'eau de la plaque froide et le bain d'huile, où sont immergés les éléments chauffants).

II.3.2 - Sonde mobile

Lors de certains essais de convection naturelle en couche horizontale nous avons utilisé pour repérer l'organisation cellulaire des cannes d'alumine ($\varnothing$ 2,8 ou 1,8 mm) mobiles dans le plan médian horizontal de la zone d'essai perpendiculairement à l'axe de la cellule. Lorsque le régime permanent est atteint, en convection naturelle laminaire l'organisation cellulaire est très stable et les cannes de mesure, sur lesquelles sont montés des thermocouples analogues à ceux utilisés pour les mesures en des points fixes, ne perturbent pas les écoulements convectifs. Les profils de température obtenus en faisant pénétrer la canne dans le milieu sont superposables à ceux obtenus lorsque la canne ressort du milieu.

II.4 - MESURE DU FLUX DE CHALEUR MOYEN

II.4.1 - Mesure de la puissance électrique dissipée

La valeur des résistances de chauffage est mesurée avec une très grande précision (10^{-4} environ) et les voltages aux bornes de chaque groupe de résistances sont déterminés à 0,3% près à l'aide d'un voltmètre numérique (TE 312-03). La puissance totale dissipée dans la plaque inférieure est donc connue avec précision.

II.4.2 - Fuites thermiques

Pour bien apprécier le transfert de chaleur dû aux mouvements de convection il importe de réduire puis d'apprécier au mieux (annexe III) les fuites thermiques. Les causes principales des fuites thermiques sont les parois latérales de la zone d'essai, les éléments métalliques de fixation des plaques isothermes sur le bloc de makrolon et la face inférieure de la plaque chaude.

Pour réduire l'influence de cette dernière cause (rayonnement, échauffement de l'air, etc...) la cellule est placée sur un bac métallique, isolé par du polystyrène expansé, dans lequel nous faisons le vide après avoir disposé des feuilles d'aluminium en guise d'écran de rayonnement (figure 2-3).

°

°

°

A N N E X E I I I

INTERPRETATION DES RESULTATS BRUTS DES MESURES DE TRANSFERT DE CHALEUR

Nous mentionnons dans cette annexe les résultats bruts des mesures de transfert de chaleur réalisées et décrivons les différentes phases de l'élaboration de leur présentation sous une forme adimensionnelle.

III.1 - RESULTATS BRUTS

Les résultats bruts des mesures de transfert de chaleur sont présentés en terme de conductivité thermique globale apparente :

$$\lambda_a = \frac{Q}{S} \cdot \frac{H}{\Delta T}$$

où S est la section de base du "volume d'investigation" de hauteur H, tel qu'il a été défini au chapitre 5, Q la puissance électrique dissipée sur la face inférieure de ce volume et ΔT l'écart moyen, en régime permanent, entre les températures des plaques.

Les résultats obtenus sur la convection naturelle en couche horizontale sont présentés sur la figure 3-1 et les tableaux 3-1, 3-2.

Les erreurs relatives de détermination de la distance entre les plaques H, des températures T_1 et T_2 et de la puissance dissipée dans chacune des résistances de chauffage sont négligeables (Annexe II). La conductivité thermique moyenne du milieu poreux siège de courants de convection λ_c (ou λ^* quand il n'y a pas de convection) se déduit donc directement de λ_a en tenant compte des fuites thermiques.

III.2 - FUITES THERMIQUES

Malgré l'existence de conditions d'isolation correctes (écran de rayonnement, polystyrène expansé, etc...) des causes de fuites thermiques existent dans le modèle, dues à la conception même de l'appareillage. Un dénombrement des causes possibles de fuites thermiques permet de distinguer, en convection naturelle par exemple (figure 3-2) :

- les fuites φ_1 dans le milieu poreux aux limites du "volume d'investigation", parallèles à l'axe de la cellule,
- les fuites φ_2 à travers les parois isolantes verticales en makrolon contenant le milieu poreux,

- les fuites φ_3 à travers les éléments métalliques qui permettent l'assemblage des plaques isothermes chaude et froide,
- les fuites φ_4 dues aux imperfections de l'écran de rayonnement disposé sous la plaque chaude.

L'importance des fuites $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ est indépendante de la technique expérimentale; les fuites φ_1 quant à elles dépendent de la nature de l'essai réalisé et du choix du "volume d'investigation".

III.2.1 - Fuites thermiques φ_1

* - Convection naturelle en couche horizontale - L'existence du milieu poreux saturé au delà de la zone limitée par les plaques métalliques horizontales, entraîne comme nous l'avons vu l'existence aux limites des plaques de rouleaux perpendiculaires à l'axe de la cellule (figure 11).

Ces rouleaux dont l'existence a motivé le choix du "volume d'investigation" jouent le rôle d'anneau de garde et il n'y a pas lieu, dans ce cas, de considérer que des fuites de type φ_1 existent.

* - Convection naturelle en couche inclinée - Nous négligeons les fuites φ_1 . Cette attitude est justifiée dans le cas de faibles inclinaisons ($< 15^\circ - 20^\circ$ environ), celles où l'organisation cellulaire est peu perturbée par rapport au cas de la couche horizontale, ou lorsque le massif poreux est limité au droit des plaques métalliques. Elle l'est moins lorsque les inclinaisons sont importantes, le massif poreux n'étant pas limité. Mais dans un tel cas, comme nous l'avons indiqué précédemment le caractère particulier de l'expérimentation ôte une partie de son intérêt à la recherche de résultats d'une grande précision sur le transfert de chaleur.

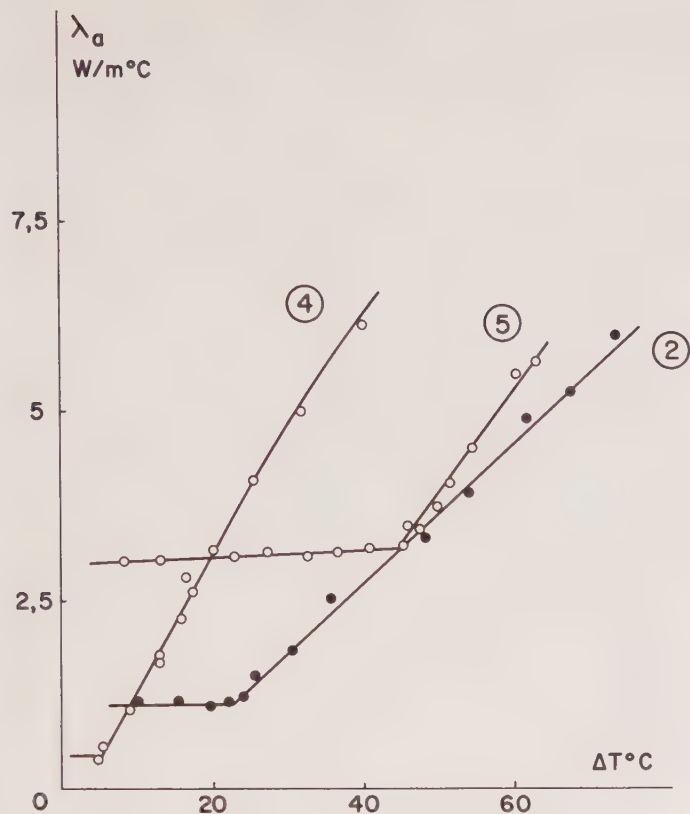
* - Convection mixte - Dans ce cas le volume d'investigation a été choisi dans une zone du modèle où le régime permanent de convection mixte est complètement développé (§ 5.5.2). L'allure du phénomène étant la même dans les sections amont et aval de la zone d'investigation il n'y a pas lieu de tenir compte des fuites thermiques φ_1 .

III.2.2 - Fuites thermiques φ_2

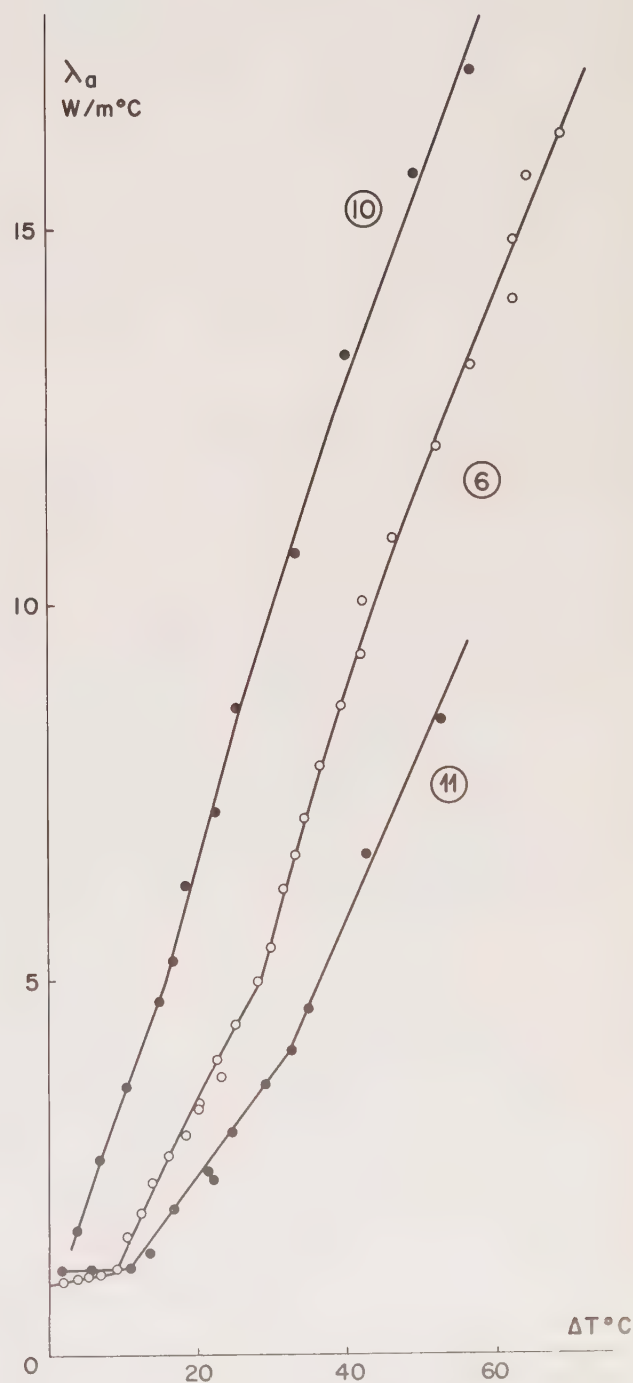
L'analyseur électrique a été utilisé pour évaluer, en régime permanent, les fuites φ_2 à travers les parois du makrolon, de conductivité thermique λ_m (NUNGESSER). La simulation a porté sur une demi-section droite du modèle. (figure 3-3). Le dessin de l'isotherme T_2 correspondant à la plaque chaude tient compte de la forme exacte de cette plaque. Nous avons supposé que la température T_1 de la plaque froide et la température ambiante étaient confondues (approximation valable à quelques degrés près). Le milieu poreux siège des mouvements convectifs a été, enfin, simulé par un milieu uniforme de conductivité thermique λ_c . Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3-3.

REGIMES PERMANENTS DE CONVECTION NATURELLE (Résultats bruts)

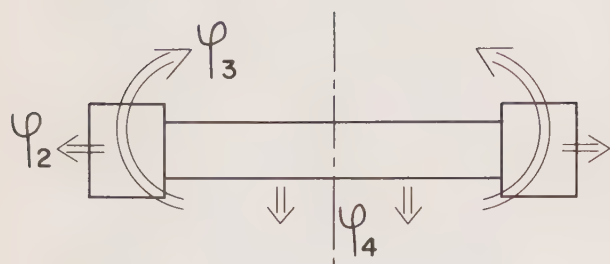
Figure 3-1



Série	Solide	d mm	Fluide
2	Verre	1,7	Eau
4	Polypropylène	4	Eau
5	Sable	2,25	Eau
6	Verre	4	Eau
7	Verre	2	Huile
8	Verre	0,9	Huile
9	Plomb	4	Eau
10	A. de Fenske	-	Eau
11	Verre	3	Eau
12	Sable	1,9	Huile
13	Sable	1,9	Eau



Section droite



Plan

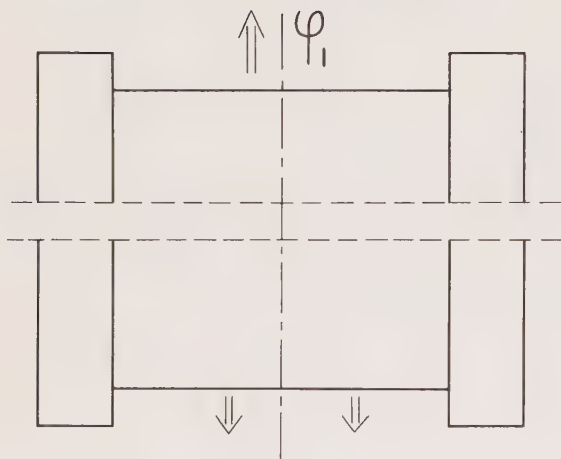


Figure 3 - 2

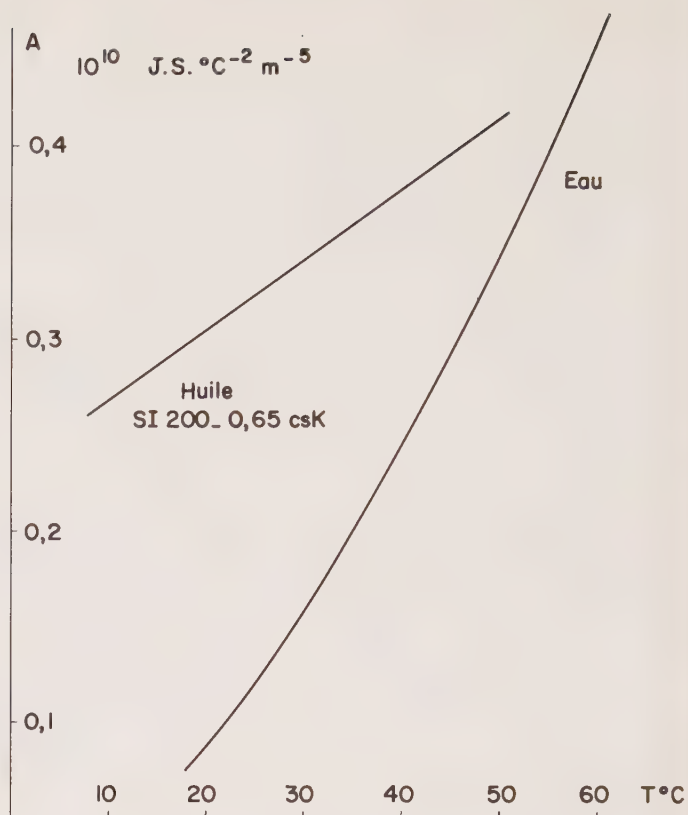
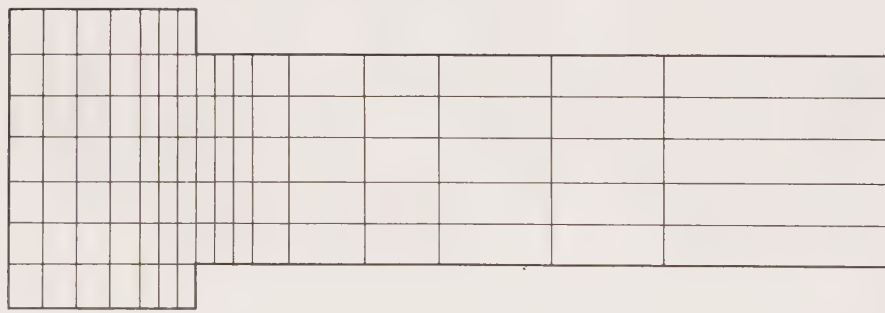


Figure 3 - 4



λ_c / λ_m	$\varphi_2 \%$
3,12	10,4
6,25	7,8
12,5	4,15
31,2	1,51



Figure 3 - 3

λ_m a d'autre part été mesuré dans la cellule de mesure mise au point pour les milieux poreux non consolidés (Annexe IV) : $\lambda_m \approx 0,3 \text{ W/m}^\circ\text{C}$. D'où une estimation quantitative de φ_2 .

III.2.3 - Fuites thermiques φ_3

Les plaques isothermes sont maintenues entre elles par des tiges filetées de forte section s ($0,282 \text{ cm}^2$) en acier. Compte tenu de la conductivité thermique de l'acier ($70 \text{ W/m}^\circ\text{C}$) du nombre n des tiges sur la surface S du volume d'investigation $S H$ et de leur longueur L (distance entre leurs contacts avec les plaques isothermes soit $8,5 \text{ cm}$) φ_3 peut être évalué puis traduit en terme de conductivité moyenne :

$$\varphi_3 = \frac{n s \lambda_{ac} \Delta T}{L}$$

$$\lambda_{\varphi_3} = \frac{\varphi_3 H}{\Delta T S}$$

D'où une fuite thermique :

$$\lambda_{\varphi_3} \approx 0,135 \text{ W/m}^\circ\text{C} ,$$

fuite importante lorsqu'on opère sur des milieux poreux peu conducteurs où les phénomènes convectifs sont peu développés.

III.2.4 - Fuites thermiques φ_4

Les fuites thermiques dues aux imperfections de l'écran de rayonnement sont plus difficiles à évaluer. Il est toujours possible de les traduire en terme de conductivité équivalente λ_{φ_4} mais φ_4 dépend de la température T_2 . Nous avons supposé le coefficient d'échange G égal à $0,15$ ce qui correspond par exemple aux cas de deux plaques se faisant vis-à-vis de facteurs globaux d'émissivité respectifs : ($0,32$ et $0,32$) ou ($0,5$ et $0,16$); définissant λ_{φ_4} par :

$$\lambda_{\varphi_4} = [G \sigma (T_2^4 - T_1^4)] / \Delta T \approx 4 G \sigma (T_1 + \Delta T / 2)^3$$

nous obtenons les valeurs suivantes pour λ_{φ_4} ($T_1 = 15^\circ\text{C}$).

T °C	$\lambda_{\varphi_4} \text{ W/m}^\circ\text{C}$
15	0,045
35	0,051
55	0,057
75	0,063

III.2.5 - Fuite thermique globale

La fuite thermique globale est définie par $\varphi = \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$.
Elle permet l'obtention de λ_c .

III.3 - PRESENTATION ADIMENSIONNELLE DES RESULTATS

La détermination des valeurs numériques des nombres sans dimension, caractéristiques des conditions d'un essai :

$$Nu^* = \frac{\lambda_c}{\lambda^*} \quad \text{et} \quad Ra^* = \frac{\alpha(\rho c)_f}{\nu} \cdot \frac{K}{\lambda^*} \cdot g \cdot \Delta T \cdot H$$

s'effectue de la manière suivante :

- détermination de λ^*
- choix des autres paramètres utilisés dans Nu^* et Ra^*
- évaluation elle-même après un "test de cohérence" (vérification du critère d'apparition de la convection naturelle en couche horizontale)

III.3.1 - Conductivité thermique équivalente λ^*

Nous disposons de deux possibilités d'atteindre λ^* :

- une mesure directe (annexe IV) et les résultats d'une étude entreprise sur le transfert de chaleur en milieu poreux dans un champ de vitesse de filtration uniforme (BIA 1)
- les essais menés en régime de conduction pure. Lorsque, dans la cellule d'essai, ΔT est faible, il n'y a pas de convection et l'interprétation des essais permet une estimation de λ^* , soit λ_2^* . Le tableau 3-3 présente le résultat de ces estimations qui sont faites au niveau moyen de température correspondant à l'apparition de la convection en couche horizontale.

Nous négligerons, d'autre part, les variations de λ^* en fonction de la température moyenne de l'essai.

III.3.2 - Autres paramètres

- influence de la température moyenne : Nous utilisons la valeur des paramètres à la température moyenne de l'essai $T_1 + \Delta T/2$
- caractéristiques du fluide : Les caractéristiques physiques des fluides, varient beaucoup avec la température, la viscosité notamment. Nous présentons sur la figure 3-4 l'évolution, en fonction de la température, du paramètre $A = \alpha(\rho c)_f / \nu$ intervenant dans Ra^* pour l'eau et l'huile aux silicones utilisée (à 25°C, $\nu = 0,65$ cSt)

- perméabilité : La dimension relativement faible du massif ne permet pas de détermination directe de la perméabilité le long de l'axe du milieu. Une telle détermination présenterait d'ailleurs un caractère illusoire dans la mesure où c'est la perméabilité du milieu poreux, dans la direction verticale qui importe et qu'elle est expérimentalement inaccessible. K est donc estimé à l'aide de la loi de KOZENY-CARMAN :

$$K_2 = \frac{d^2}{36 k_o} \frac{\epsilon^3}{(1 - \epsilon)^2}$$

La constante k_o est choisie égale à 4,80 pour des grains sphériques (CARMAN, WYLLIE).

III.3.3 - Méthode d'évaluation de Ra^* et Nu^*

L'évaluation de Nu^* s'effectue sans difficulté à partir de la connaissance des fuites thermiques et de celle de λ^* .

Par contre, de nombreux paramètres interviennent dans le nombre de Ra^* dont certains, la perméabilité par exemple, ne sont pas accessibles, comme nous l'avons vu, par une mesure directe. Nous avons donc procédé en deux étapes dans l'évaluation de Ra^* :

- la première étape consiste à vérifier le critère d'apparition de la convection naturelle en couche horizontale ($Ra^* = 4\pi^2$), ce en utilisant la valeur K_2 de la perméabilité (§ III.4)
- les résultats de cette vérification étant satisfaisants pour l'ensemble des séries d'essais, nous admettons que le nombre de Rayleigh obtenu expérimentalement à l'apparition de la convection est exactement $4\pi^2$. Nous définissons ainsi une valeur de (K/λ^*) , soit $(K/\lambda^*)_1$ qui est utilisée dans l'évaluation de Ra^* .

Cette procédure, compte-tenu de la bonne vérification expérimentale des conditions théoriques d'apparition de la convection naturelle en couche horizontale, introduit des corrections minimales. Elle nous a néanmoins semblé indispensable pour obtenir un ensemble vraiment cohérent de résultats puisque nous sommes dans une ignorance relative de la perméabilité verticale réelle du milieu. Les résultats obtenus en convection naturelle dans une couche horizontale sont présentés sous forme adimensionnelle dans les tableaux 3-5 et 3-6.

III.4 - VERIFICATION EXPERIMENTALE DU CRITERE THEORIQUE D'APPARITION DE LA CONVECTION NATURELLE EN COUCHE HORIZONTALE

Pour établir cette vérification nous avons procédé de la manière suivante :

- les courbes expérimentales $\lambda_a - \Delta T$ (figure 3-1) permettent d'estimer l'écart de température critique $(\Delta T)_c$ au-delà duquel apparaît la convection naturelle
- connaissant $(\Delta T)_c$ et la température moyenne de l'essai $\bar{T} = T_1 + (\Delta T)_c/2$, nous déterminons le rapport $(K/\lambda^*)_1$ tel que $(Ra^*)_c = 4\pi^2$ par :

$$4\pi^2 = (Ra^*)_c = g \cdot A(\bar{T}) \cdot (\Delta T)_c \cdot H \cdot (K/\lambda^*)_1$$

- à partir des valeurs λ^*_2 (§ III.3.1) et K_2 (§ III.3.2) nous calculons :

$$(K/\lambda^*)_2 = K_2 / \lambda^*_2$$

- $(K/\lambda^*)_1$ et $(K/\lambda^*)_2$ sont enfin comparés.

Le tableau 3-4 présente les résultats de cette comparaison et fait apparaître un bon accord entre expériences et théorie. L'écart moyen, pour l'ensemble des séries (2 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 11 - 12 - 13 - 14), est égal à 5% et les écarts présentent un caractère nettement aléatoire.

Dans le cas de la série d'essai 10, essais menés sur un milieu très perméable, la convection apparaît pour un ΔT très faible et la vérification n'a pu être faite.

°

°

°

TABLEAU 3-1 - CONVECTION NATURELLE EN COUCHE HORIZONTALE (résultats bruts)

n° d'essai	T ₁ °C	ΔT °C	λ _a W/m°C	n° d'essai	T ₁ °C	ΔT °C	λ _a W/m°C
2-17	16,6	35,5	2,51	6-84	12,9	30,1	5,40
2-18	15,3	15,1	1,14	6-85	11,3	18,3	2,88
2-20	15,5	9,8	1,15	6-86	13,9	28,6	5,55
2-21	15,3	25,4	1,52	6-87	12,5	16,0	2,63
2-22	15,1	22,0	1,14	6-88	13,2	31,6	6,20
2-23	17,5	61,7	4,92	6-89	12,1	14,2	2,26
2-24	14,2	30,8	1,83	6-90	13,6	33,1	6,67
2-25	16,3	53,8	3,93	6-91	11,1	12,6	1,85
2-26	13,7	24,2	1,19	6-92	14,1	34,4	7,16
2-27	15,3	48,4	3,31	6-93	12,5	22,6	3,92
2-28	16,7	67,5	5,28	6-94	14,5	36,7	7,86
2-29	13,2	19,7	1,07	6-95	12,3	20,1	3,33
2-30	17,1	73,4	6,06	6-96	14,7	39,5	8,64
				6-97	11,7	10,7	1,54
4-39	13,7	19,9	3,19	6-98	14,1	42,2	9,35
4-40	12,9	15,8	2,25	6-99	11,6	9,1	1,11
4-41	14,1	25,3	4,10	6-100	17,0	42,5	10,12
4-42	11,5	13,1	1,69	6-101	11,3	5,5	1,01
4-43	13,3	31,9	5,00	6-102	14,9	46,4	10,94
4-44	10,9	8,9	1,07	6-103	11,1	3,8	1,00
4-45	15,1	39,9	6,17	6-104	15,5	52,3	12,23
4-46	11,4	5,5	0,59	6-105	10,7	2,2	0,91
4-47	16,1	46,8	7,63	6-106	15,6	56,9	13,29
4-48	10,4	4,9	≈ 0,50	6-107	10,1	6,8	1,05
4-53	10,9	13,0	1,75	6-134	13,3	19,6	3,38
4-55	11,6	17,3	2,64	6-135	13,6	10,0	1,59
				6-140	12,7	8,8	1,18
5-59	13,4	32,6	3,11	6-152	12,0	19,1	3,11
5-60	12,3	22,7	3,09	6-154	17,4	62,2	14,10
5-61	11,1	12,9	3,02	6-157	21,2	64,5	15,76
5-62	13,0	46,0	3,50	6-158	17,2	49,6	11,87
5-63	13,1	51,5	4,04	6-159	19,8	62,3	14,92
5-64	11,1	8,3	3,03	6-160	22,2	68,9	16,30
5-65	12,2	54,5	4,53	6-161	15,7	35,9	7,61
5-66	12,9	36,3	3,11				
5-67	10,9	27,4	3,18	7-162	12,6	18,1	2,32
5-68	14,7	60,7	5,52	7-163	13,3	24,3	3,01
5-69	13,3	49,8	3,73	7-164	12,6	11,7	1,62
5-70	13,2	40,9	3,21	7-165	14,8	37,8	4,30
5-71	15,7	63,1	5,67	7-166	15,6	50,7	5,57
5-72	13,1	47,2	3,44	7-167	14,1	5,9	0,96
5-73	11,5	45,0	3,24	7-168	16,5	57,7	6,25
				7-169	14,5	2,3	0,61
6-80	13,0	25,2	4,38	7-170	14,6	30,9	3,59
6-81	12,1	23,4	3,69	7-171	14,6	13,1	2,09
6-82	14,2	28,2	4,94	7-172	14,3	20,6	2,58
6-83	12,1	20,2	3,25	7-178	16,0	17,9	2,35

TABLEAU 3-2 - CONVECTION NATURELLE EN COUCHE HORIZONTALE (résultats bruts)

n° d'essai	T ₁ °C	ΔT °C	λ _a W/m°C	n° d'essai	T ₁ °C	ΔT °C	λ _a W/m°C
8-206	19,9	29,6	1,41	11-342	13,7	22,3	2,30
8-207	20,9	19,9	0,93	11-343	14,8	30,6	3,41
8-208	21,4	9,4	0,77	11-344	13,2	30,9	3,37
8-209	18,9	40,3	1,80	12-352	13,4	20,0	2,05
8-210	19,6	56,0	2,34	12-353	13,9	27,8	2,66
8-211	19,1	67,3	2,70	12-354	12,9	14,0	1,38
8-212	21,0	15,5	0,78	12-355	13,7	33,2	3,10
8-213	22,9	25,6	1,20	12-356	14,2	41,4	3,66
9-216	17,5	7,3	4,84	12-357	12,5	18,5	1,72
9-217	17,8	20,2	5,16	12-358	11,4	10,2	1,19
9-218	19,5	36,2	9,65	12-359	12,9	5,8	1,15
9-219	18,2	29,5	7,43	12-360	13,2	18,2	1,76
9-220	18,9	25,4	6,30	12-361	12,6	12,0	1,30
9-221	20	40	11,12	12-362	13,4	13,3	1,40
9-222	18,9	31,9	8,49	12-363	12,8	18,1	1,69
9-223	17,3	15,7	5,06	13-375	14,4	18,0	3,01
9-224	18,6	11,4	5,07	13-376	14,1	8,6	2,99
10-231	17,0	11,8	3,56	13-377	14,5	23,4	3,05
10-232	18,4	18,6	6,25	13-378	15,2	36,3	3,10
10-233	20,1	25,6	8,61	13-379	16,1	48,4	3,34
10-234	18,0	22,5	7,21	13-380	15,8	57,7	3,84
10-235	17,5	14,9	4,71	13-381	15,3	64,8	4,71
10-236	19,0	33,3	10,70	13-382	17,1	70,9	5,04
10-237	20,2	40,0	13,31	13-383	14,8	31,4	2,94
10-238	16,9	16,8	5,24	13-384	14,8	44,2	3,10
10-239	17,0	6,9	2,59	13-385	12,2	13,4	2,89
10-240	24,0	49,1	15,72	13-386	15,7	61,7	4,10
10-241	25,4	56,9	17,13	13-387	14,9	54,9	3,45
10-242	17,1	8,7	3,05	13-388	13,5	27,1	3,04
10-243	17,9	3,8	1,65	13-389	13,2	9,0	2,79
11-273	16,3	21,2	2,46	13-400	15,0	54,5	3,48
11-274	16,0	13,8	1,35	13-401	15,6	58,0	3,81
11-275	16,3	5,8	1,15	13-402	11,8	25,5	2,96
11-276	17,4	35,1	4,63	13-403	15,1	52,9	3,41
11-277	20,5	42,8	6,71	13-407	16,8	66,5	4,89
11-278	16,6	16,7	1,93	13-408	17,5	72,0	5,24
11-279	19,8	52,8	8,47	14-409	13,5	23,5	3,06
11-280	16,9	28,9	3,59	14-410	14,2	35,9	3,12
11-281	16,3	11,0	1,16	14-411	14,4	43,1	3,29
11-282	16,5	24,6	2,99	14-412	13,4	9,0	2,96
11-283	17,0	32,6	4,07	14-413	14,4	45,9	3,51
11-284	16,1	1,9	1,13	14-414	14,9	51,8	4,30
				14-424	17,9	55,8	4,99

TABLEAU 3-3 - REGIME DE CONDUCTION PURE (estimation des λ_2^*)

n° de série	λ_a	Fuites thermiques				λ_2^*	λ^*
	conduction pour :	(10 ⁻¹ W/m°C)				utilisé dans	mesuré à
	Ra* proche de :					la présenta-	part
	$\frac{4 \pi^2}{(10^{-1} \text{ W/m}^\circ\text{C})}$	λ_{φ_2}	λ_{φ_3}	λ_{φ_4}	$\Sigma \lambda_{\varphi_i}$	tation adimen- sionnelle (10 ⁻¹ W/m°C)	(annexe IV) (10 ⁻¹ W/m°C)
2	11,45	0,93	1,35	0,48	2,76	8,7	8,7
4	≈ 5 (*)	0,45	1,35	0,42	2,22	3,0	3,0
5	32,10	1,39	1,35	0,54	3,28	28,8	
6	11,15	0,90	1,35	0,43	2,68	8,5	
7	≈ 7,1 (*)	0,62	1,35	0,42	2,39	4,7	4,7
8	7,70	0,69	1,35	0,45	2,49	4,7 (**)	
9	51,20	1,60	1,35	0,45	3,40	47,8	
10	(***)	-	-	-	-	7,1	
11	11,70	0,95	1,35	0,45	2,75	9,0	
12	11,85	0,95	1,35	0,45	2,75	9,1	
13	30,75	1,38	1,35	0,54	3,27	27,5	
14	31,80	1,39	1,35	0,54	3,28	28,5	

(*) - Détermination peu précise, aux limites de l'appareillage

(**) - Valeur choisie nettement différente de $(\lambda_a - \Sigma \lambda_{\varphi})$

(***) - La convection apparaît pour un très faible écart de température (≈ 2,7°C) et le régime de conduction n'a pas été observé.

TABLEAU 3-4 - VERIFICATION DU CRITERE D'APPARITION DE LA CONVECTION
($Ra^* = 4 \pi^2$)

n° de série	Conditions d'essais			$\left[\frac{K}{\lambda^*} \right]_1$ $\frac{\text{Darce}}{W/m^\circ C}$ $\times 10^3$	Kozeny- Carman K_2 Darce	Estima- tion λ_2^* $W/m^\circ C$ $\times 10^{-1}$	$\left[\frac{K_2}{\lambda_2^*} \right]$ $\frac{\text{Darce}}{W/m^\circ C}$ $\times 10^3$	Ecart
	ΔT $^\circ C$	$\bar{T}$ $^\circ C$	A ($\bar{T}$) $J.S.^\circ C^2 m^{-5}$ $\times 10^7$					
2	22,5	26,0	126	2,69	2 520	8,7	2,90	+ 8%
4	$\approx 5,0$	13,5	45	33,9	≈ 10 200	3,0	34,0	0%
5	44,5	36,0	206	0,831	2 500	28,8	0,868	+ 4%
6	9,0	16,1	61	13,9	11 900	8,5	14,0	+ 1%
7	5,0	17,0	292	5,22	2 380	4,7	5,06	- 3%
8	17,5	30,1	339	1,28	528	4,7	1,12	-12%
9	21,0	28,5	145	2,50	11 800	47,8	2,47	- 1%
10	(*)	-	-	-	28 000	7,1	-	-
11	11,5	21,7	96	6,90	7 430	9,0	8,26	+ 20%
12	11,0	18,0	296	2,34	2 120	9,1	2,33	0%
13	46,0	38,0	224	0,740	2 120	27,5	0,771	+ 4%
14	44,0	36,4	210	0,825	2 260	28,5	0,793	- 4%

(*) - La convection apparaît pour un très faible écart de température
($\approx 2,7^\circ C$)

TABLEAU 3-5 - CONVECTION NATURELLE EN COUCHE HORIZONTALE
(Résultats sous forme adimensionnelle)

N° d'essai	Ra*	Nu*	N° d'essai	Ra*	Nu*
2-17	96,2	2,53	6- 80	226	4,76
2-18	22,0	1,00	6- 81	189	3,95
2-20	12,1	1,02	6- 82	292	5,41
2-21	50,6	1,42	6- 83	147	3,44
2-22	39,5	0,99	6- 84	307	5,94
2-23	281	5,25	6- 85	118	3,02
2-24	66,9	1,76	6- 86	295	6,12
2-25	207	4,12	6- 87	104	2,73
2-26	42,6	1,05	6- 88	340	6,88
2-27	162	3,42	6- 89	83,4	2,31
2-28	328	5,66	6- 90	377	7,43
2-29	29,2	0,92	6- 91	63,4	1,84
2-30	392	6,59	6- 92	414	8,02
4-39	384	9,55	6- 93	183	4,22
4-40	255	6,48	6- 94	477	8,84
4-41	592	12,6	6- 95	148	3,53
4-42	168	4,68	6- 96	553	9,78
4-43	856	15,5	6- 97	52,3	1,48
4-44	89,0	2,69	6- 98	614	10,6
4-45	1400	19,4	6- 99	40,5	1,00
4-46	48,4	1,18	6-100	698	11,5
4-47	1970	24,3	6-101	19,3	0,88
4-48	36,5	1,00	6-102	758	12,5
4-53	159	4,88	6-103	11,6	0,87
4-55	265	7,75	6-104	977	14,0
5-59	22,0	0,967	6-105	5,62	0,78
5-60	10,8	0,960	6-106	1160	15,3
5-61	3,90	0,938	6-107	2,2	0,92
5-62	41,4	1,10	6-134	151	3,59
5-63	51,7	1,29	6-135	55,5	1,53
5-64	2,01	0,942	6-140	43,0	1,07
5-65	56,0	1,45	6-152	132	3,28
5-66	26,1	0,967	6-154	1470	16,2
5-67	13,9	0,992	6-157	1770	18,2
5-68	76,5	1,80	6-158	942	13,6
5-69	48,9	1,18	6-159	1590	17,2
5-70	33,2	1,00	6-160	2060	18,9
5-71	85,7	1,84	6-161	487	8,55
5-72	43,6	1,08	7-162	153	4,29
5-73	37,2	1,01	7-163	214	5,73
:	:	:	7-164	79,2	2,83
:	:	:	7-165	357	8,43
:	:	:	7-166	486	11,1
:	:	:	:	:	:

TABLEAU 3-6 - CONVECTION NATURELLE EN COUCHE HORIZONTALE
(résultats sous forme adimensionnelle)

N° d'essai	Ra*	Nu*	N° d'essai	Ra*	Nu*
7-167	47,1	1,49	11-282	134	2,96
7-168	623	12,5	11-283	221	4,15
7-169	18,1	1,24	11-284	4,69	0,96
7-170	287	6,94	11-342	96,7	2,21
7-171	110	3,81	11-343	178	3,43
7-172	180	4,83	11-344	167	3,38
7-178	158	4,35			
8-206	70,8	2,40	12-352	77,4	1,93
8-207	45,7	1,43	12-353	113	2,58
8-208	20,5	1,12	12-354	51,9	1,21
8-209	100	3,20	12-355	139	3,05
8-210	138	4,30	12-356	181	3,66
8-211	175	5,04	12-357	70,2	1,57
8-212	34,8	1,14	12-358	36,3	1,01
8-213	61,7	1,97	12-359	20,5	0,968
			12-360	68,6	1,61
9-216	8,82	0,941	12-361	43,9	1,12
9-217	37,2	1,01	12-362	49,5	1,23
9-218	104	1,95	12-363	68,7	1,55
9-219	69,8	1,48			
9-220	56,6	1,25	13-375	7,52	0,979
9-221	127	2,26	13-376	2,50	0,975
9-222	82,0	1,71	13-377	11,6	0,992
9-223	24,7	0,99	13-378	25,9	1,01
9-224	15,6	0,99	13-379	46,0	1,09
			13-380	64,0	1,27
10-231	254	4,56	13-381	79,6	1,59
10-232	535	8,32	13-382	101	1,70
10-233	955	11,7	13-383	19,6	0,951
10-234	703	9,68	13-384	36,7	1,01
10-235	366	6,16	13-385	4,06	0,936
10-236	1400	14,6	13-386	73,0	1,37
10-237	2020	18,3	13-387	56,1	1,13
10-238	421	6,90	13-388	11,3	0,989
10-239	125	3,22	13-389	2,47	0,907
10-240	3300	21,8	13-400	55,5	1,14
10-241	4470	23,8	13-401	64,3	1,27
10-242	170	3,85	13-402	11,4	0,959
10-243	66	1,94	13-403	52,6	1,12
			13-407	87,8	1,65
11-273	104	2,40	13-408	105	1,78
11-274	53,0	1,19			
11-275	17,1	0,974	14-409	12,2	0,961
11-276	256	4,76	14-410	27,0	0,983
11-277	410	7,07	14-411	38,2	1,04
11-278	72,8	1,81	14-412	2,80	0,928
11-279	588	9,04	14-413	43,1	1,11
11-280	178	3,62	14-414	55,8	1,39
11-281	39,2	0,991	14-424	71,8	1,63
			14-444	90,3	1,86

A N N E X E IV

MESURE DES CONDUCTIVITES ET DIFFUSIVITES THERMIQUES DES SOLIDES PEU CONDUCTEURS ET DES MILIEUX POREUX CONSOLIDES DE FAIBLE GRANULOMETRIE

La présentation sous forme adimensionnelle des résultats obtenus lors des essais de convection demande, comme nous l'avons vu, la connaissance aussi exacte que possible de la conductivité thermique λ^* d'un milieu poreux saturé par un fluide au repos. Nous avons mis au point une méthode de mesure de ce paramètre applicable à différents types de matériaux (milieux poreux non consolidés, fluides très visqueux, matériaux solides peu conducteurs, ...) dans une gamme de température (20°C - 160°C).

IV-1 - PRINCIPE DE LA DETERMINATION

Les propriétés du milieu étudié sont déduites de l'évolution de la distribution de température lorsqu'un flux de chaleur radial est dissipé entre deux cylindres coaxiaux contenant le milieu dans l'espace annulaire qu'ils déterminent :

- le flux de chaleur, constant, est dissipé au sein du cylindre intérieur,
- la surface du cylindre extérieur est maintenue à une température uniforme et constante.

Un régime permanent s'établit qui permet l'évaluation directe de λ^* (ce procédé est classique). Nous déterminons également la chaleur volumique $(\rho c)^*$ à partir du régime thermique transitoire.

IV-2 - APPAREILLAGE DE MESURE

La cellule de mesure (figure 4-1) est constituée de deux tubes coaxiaux, ménageant entre eux un espace annulaire de rayons R_0 et R_1 rempli du matériau à étudier. Ces tubes ont été choisis en cuivre et relativement épais de manière à assurer une température uniforme sur chacune des surfaces cylindriques de rayons R_0 et R_1 . Les extrémités de la cellule sont en téflon. Le choix de ce matériau (conductivité : 0,07.W/m.°C) comme celui de l'épaisseur (7 mm) des couvercles a été guidé par le souci de réduire à leur minimum les pertes thermiques aux extrémités de la cellule, nous rapprochant ainsi du cas du milieu infini.

A l'intérieur du tube central est disposée une résistance chauffante plongeant dans du mercure. L'élément central a donc une diffusivité thermique importante par rapport à celle des milieux étudiés; d'autre part sa capacité calorifique n'est pas négligeable. La résistance de chauffage, montée en série avec un rhéostat, est alimentée par une batterie (12 volts). La force électromotrice de la batterie et la résistance du circuit sont mesurées à chaque essai. Le rhéostat permet d'imposer une intensité telle que la différence de température ΔT entre les températures T_0 et T_1 des tubes intérieur et extérieur soit d'environ 1°C en régime permanent.

La différence $\Delta T = T_0 - T_1$ est déterminée à l'aide d'un thermocouple différentiel dont les soudures sont disposées dans les parois du tube où elles sont maintenues en place à l'aide d'un ciment au cuivre bon conducteur de la chaleur. Le thermocouple est relié, en série, à un galvanomètre très sensible dont la déviation totale correspond dans les conditions d'expérience, compte-tenu des résistances de ligne, à $\Delta T = 1,5^\circ\text{C}$. Ce galvanomètre (SCHLUMBERGER SV 4 SD) est monté sur un enregistreur photographique A C B.

La cellule est placée horizontalement dans un bain thermostaté qui permet de maintenir la température T_1 uniforme. Cette température T_1 n'est pas rigoureusement constante et oscille d'une manière très régulière de 1 à $5/100^\circ\text{C}$ suivant les conditions d'utilisation du thermostat (voir les enregistrements $\Delta T = T_0 - T_1 = f(t)$ de la figure 4-2). Ces oscillations correspondent aux alternances allumage-arrêt du chauffage du thermostat.

IV-3 - INTERPRETATION THEORIQUE

Nous supposons le milieu contenu entre deux cylindres coaxiaux infinis. Les écarts entre la réalité et ce cas simple seront évoqués au paragraphe IV-5.

IV.3.1 - Régime thermique permanent: étant la puissance dissipée par unité de longueur de la cellule, l'écart de température obtenu en régime permanent, $(T_{0,\infty} - T_1)$, satisfait la relation :

$$\varphi = 2\pi\lambda^* (T_{0,\infty} - T_1) / \ln(R_1/R_0) \quad (4.1)$$

IV.3.2 - Régime transitoire : équation et conditions aux limites
Nous utilisons les grandeurs adimensionnelles $\textcircled{H}$, τ et r pour représenter respectivement la température T , le temps t et la distance d à l'axe de la cellule. Elles sont définies par :

$$\textcircled{H} = \frac{T_{0,\infty} - T}{T_{0,\infty} - T_1} \quad \tau = \frac{\lambda^* t}{(\rho c)^* R_0^2} \quad r = \frac{d}{R_0} \in \left[1 - R = \frac{R_1}{R_0}\right] \quad (4.2)$$

L'équation de conduction de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \textcircled{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \textcircled{H}}{\partial r} = \frac{\partial \textcircled{H}}{\partial \tau} \quad (4.3)$$

Initialement la cellule est isotherme d'où :

$$\textcircled{H} = 1 \quad \forall r \quad \text{pour } \tau = 0 \quad (4.4)$$

Nous admettons que la température T_1 du bain est constante pendant tout l'essai :

$$\textcircled{H} = 1 \quad \forall \tau \quad \text{pour } r = R \quad (4.5)$$

Enfin une partie de la puissance constante φ dissipée permet l'élévation de la température dans le cylindre intérieur de chaleur volumique moyenne $(\rho c)_0$, température dont nous supposons qu'elle est uniforme et égale à T_0 . L'autre partie pénètre par conduction dans le milieu étudié. D'où l'écriture de la condition à la limite en $r = 1$.

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial r}\right)_{r=1} - 3 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial z}\right)_{r=1} = 3 \quad (4.6)$$

avec :

$$3 = \frac{1}{2} \frac{(\rho c)_0}{(\rho c)^*} \quad 3 = 1/\ln R \quad (4.7)$$

IV.3.3 - Résolution. La résolution est classique (HOUPEURT, ANGOT). Nous cherchons une solution de la forme :

$$\Theta = A \ln r + B + C (r^2 + 4z) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n U(\beta_n r) e^{-\beta_n^2 z} \quad (4.8)$$

où $U(\beta_n r)$ désigne une combinaison linéaire des fonctions de BESSEL de première et seconde espèce, d'ordre 0 notées $J_0(\beta_n r)$ et $Y_0(\beta_n r)$.

D'après la condition à la limite (4.5) :

$$C = 0, \quad A \ln R + B = 1 \quad \text{et} \quad U(\beta_n R) = 0 \quad (4.9)$$

Nous pouvons donc par exemple écrire $U(\beta_n r)$ sous la forme :

$$U(\beta_n r) = Y_0(\beta_n R) J_0(\beta_n r) - J_0(\beta_n R) Y_0(\beta_n r) \quad (4.10)$$

La condition à la limite (4.6) entraîne :

$$A = 3 \quad ; \quad \left[\frac{\partial U(\beta_n r)}{\partial r} \right]_{r=1} + 3 \beta_n^2 U(\beta_n) = 0 \quad (4.11)$$

Compte tenu de (4.10) et (4.11) :

$$\partial U(\beta_n r) / \partial r = \beta_n \left[-Y_0(\beta_n R) J_1(\beta_n r) + J_0(\beta_n R) Y_1(\beta_n r) \right] \quad (4.12)$$

$$Y_0(\beta_n R) J_1(\beta_n) - J_0(\beta_n R) Y_1(\beta_n) - 3 \beta_n \left[Y_0(\beta_n R) J_0(\beta_n) - J_0(\beta_n R) Y_0(\beta_n) \right] = 0 \quad (4.13)$$

La température réduite Θ est donc donnée par :

$$\Theta = \ln r / \ln R + \sum_{n=1}^{\infty} C_n U(\beta_n r) e^{-\beta_n^2 z} \quad (4.14)$$

En particulier l'évolution de l'écart de température entre les deux tubes de la cellule d'essai est décrite par :

$$\Theta_0 = \sum_1^{\infty} C_n U(\beta_n) e^{-\beta_n^2 \tau} \quad (4.15)$$

Dans (4.14) et (4.15), les β_n sont solutions de l'équation (4.13).
Quant aux coefficients C_n ils sont donnés par la condition initiale (4.4).

$$\sum_1^{\infty} C_n U(\beta_n r) = \ln(R/r) / \ln R \quad \forall r \quad (4.16)$$

IV.3-4 - Calcul des coefficients C_n - Multiplions les deux membres de la relation (4.16) par $r U(\beta_n r)$ et intégrons dans le domaine étudié $D [1 \leq r \leq R]$
Il est connu que :

$$\int_D r U(\beta_n r) U(\beta_m r) dr = 0 \quad \text{si } m \neq n \quad (4.17)$$

Nous avons donc :

$$C_n \int_1^R r U^2(\beta_n r) dr = \int_1^R r U(\beta_n r) dr - \frac{1}{\ln R} \int_1^R r \ln r U(\beta_n r) dr \quad (4.18)$$

soit :

$$C_n I_3 = I_1 - I_2 / \ln R$$

- Calcul de I_1 : $U(\beta_n r)$ est solution de l'équation différentielle

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left[r \frac{dU}{dr} \right] + \beta_n^2 r U &= 0 \\ I_1 &= \left[-\frac{1}{\beta_n^2} r \frac{dU(\beta_n r)}{dr} \right]_1^R \end{aligned} \quad (4.19)$$

- Calcul de I_2 et I_3 : en intégrant par partie et en utilisant le résultat précédent :

$$I_2 = -\frac{1}{\beta_n^2} \left[r \ln r \frac{dU(\beta_n r)}{dr} - U(\beta_n r) \right]_1^R \quad (4.20)$$

$$I_3 = \frac{1}{2} \left[r^2 U(\beta_n r) + \frac{1}{\beta_n^2} r^2 \left(\frac{dU(\beta_n r)}{dr} \right)^2 \right]_1^R \quad (4.21)$$

D'où, en tenant compte de la relation (4.9), l'expression des C_n :

$$C_n = \frac{2}{\ln R} \frac{U(\beta_n) + \ln R \left[\frac{dU(\beta_n r)}{dr} \right]_{r=1}}{R^2 \left[\frac{dU(\beta_n r)}{dr} \right]_{r=R}^2 - \left[\frac{dU(\beta_n r)}{dr} \right]_{r=1}^2 - \beta_n^2 U^2(\beta_n)} \quad (4.22)$$

IV.3.5 - Régime de Fourier - Le régime de Fourier que nous utilisons pour l'exploitation du régime transitoire est atteint lorsque tous les termes de la série (4.15) sont négligeables devant le premier. Nous avons évalué le rapport entre le second et le premier terme de la série dans le cas d'une expérience type

$$(\lambda^* = 1. \text{W/m}^2\text{C}; (\rho c)^* = (\rho c)_0 = 3.10^6 \text{ J/m}^3 \text{ }^\circ\text{C}) \text{ soit :}$$

$$\Gamma = 5,7.10^{-3} \cdot e^{-7,04 \tau} \quad (4.23)$$

Quelle que soit la valeur de τ , Γ reste faible; le régime de Fourier est donc atteint très rapidement ce que confirme bien le dépouillement des essais (§ IV.4). C'est là un avantage de la mesure entre deux surfaces cylindriques par rapport à celle effectuée entre deux plaques planes parallèles.

IV.4 - DEPOUILLEMENT DES ESSAIS

IV.4.1 - Conductivité thermique - Du courant traversant le galvanomètre préalablement étalonné, nous déduisons $(T_{0,\infty} - T_1)$ puis λ^* par (4.1).

Les enregistrements présentant parfois des oscillations (fig. 4.2) nous choisissons la valeur moyenne du courant pour mener à bien ce calcul.

IV.4.2 - Chaleur volumique - Le régime de Fourier étant, comme nous l'avons vu atteint très vite, nous aurons d'après (4.15) :

$$\ln \Theta_0 \sim -\beta_1^2 \tau \quad (4.24)$$

Nous choisissons alors une vingtaine de points du régime thermique transitoire et évaluons par la méthode des moindres carrés la pente de la droite $\log_{10} \Theta_0 = f(t)$ (figure 4.2). Compte tenu de la définition de τ nous connaissons donc la valeur de $\beta_1^2 / (\rho c)^*$ donnée par l'expérience, soit $[\beta_1^2 / (\rho c)^*]_e$ puisque λ^* a déjà été déterminé.

Dans les conditions d'essai nous connaissons (ρc) . Pour une valeur supposée de $(\rho c)^*$, soit $(\rho c)_x^*$, nous déterminons $\bar{z}_x$ puis $(\beta_1)_x$ par l'équation (4.13) où $n = 1$. La valeur de $[\beta_1^2 / (\rho c)^*]_x$ est comparée à $[\beta_1^2 / (\rho c)^*]_e$ d'où $(\rho c)^*$ par approximations successives.

Les corrections dues aux effets d'extrémités sont parfois importantes (§ IV.5). La valeur de la conductivité thermique utilisée dans le calcul de la chaleur volumique est alors la valeur corrigée.

IV.5 - ETUDE ANALOGIQUE DES FUITES THERMIQUES ET DU REGIME TRANSITOIRE

L'analyseur électrique a été employé d'une part pour évaluer les fuites thermiques en régime permanent aux embouts de la cellule, d'autre part pour tester la validité de l'hypothèse de l'uniformité de la température dans le tube intérieur lors du calcul du régime transitoire (NUNGESSER).

IV.5.1 - Influence des fuites aux extrémités sur l'évaluation de λ^*

La figure 4.1 présente le secteur radial de la cellule qui a été simulé. Les conditions aux limites sont : (A B C D E F G) isotherme à T_1 , (H I J) isotherme à T_0 , flux nuls le long de G H et A J. Soit Φ le flux de chaleur total injecté dans le tube intérieur le long de (H I J). Nous mesurons le flux sortant de (A B C D E I), soit $\varphi(A-I)$ et nous nous intéressons à la correction e :

$$e = \varphi(A-I) / \Phi \quad (4.25)$$

Si λ_m^* est la conductivité déterminée par l'application de (4.1), la valeur réelle λ_r^* s'exprime par :

$$\lambda_r^* = \lambda_m^* (1 - e) \quad (4.26)$$

Nous présentons figure 4.4 les courbes $e = f(\lambda_m^*)$ pour les deux tailles de cellule employées. Un réseau d'isothermes en régime thermique permanent est également montré à titre d'exemple à la figure 4.3.

IV.5.2 - Uniformité de la température dans le tube chauffant, en régime transitoire. Le tube intérieur est constitué de matériaux à forte diffusivité thermique mais en toute rigueur la température n'y est pas uniforme ne serait-ce qu'au voisinage du fil de chauffage. Nous simulons exactement, en négligeant l'influence des pertes thermiques aux extrémités de la cellule, le régime transitoire dans une section de la cellule contenant une spire du fil de chauffage (figure 4.5). Après avoir déterminé l'évolution du profil de température dans la cellule (figure 4.6), nous utilisons une méthode de dépouillement utilisée dans les essais réels pour retrouver la chaleur volumique du milieu poreux simulé ($\lambda^* = 2/\text{Wm}^\circ\text{C}$; $(\rho c)^* = 3.10^6 \text{ J/m}^3^\circ\text{C}$).

Les variations de température entre les deux tubes de cuivre sont présentées sous leur forme habituelle $\log(\Theta)_0 = f(t)$ à la figure (4.5). Les points $(\log(\Theta)_0, t)$ sont alignés ce qui constitue une justification de l'hypothèse adoptée : les écarts des points à la droite moyenne sont dus, entre autre, aux erreurs de lecture inévitables rencontrées dans l'emploi de l'analyseur électrique. La pente de la droite moyenne donne : $(\rho c)^* = 2,92.10^6 \text{ J/m}^3^\circ\text{C}$ soit un résultat à moins de 3% de la valeur réelle.

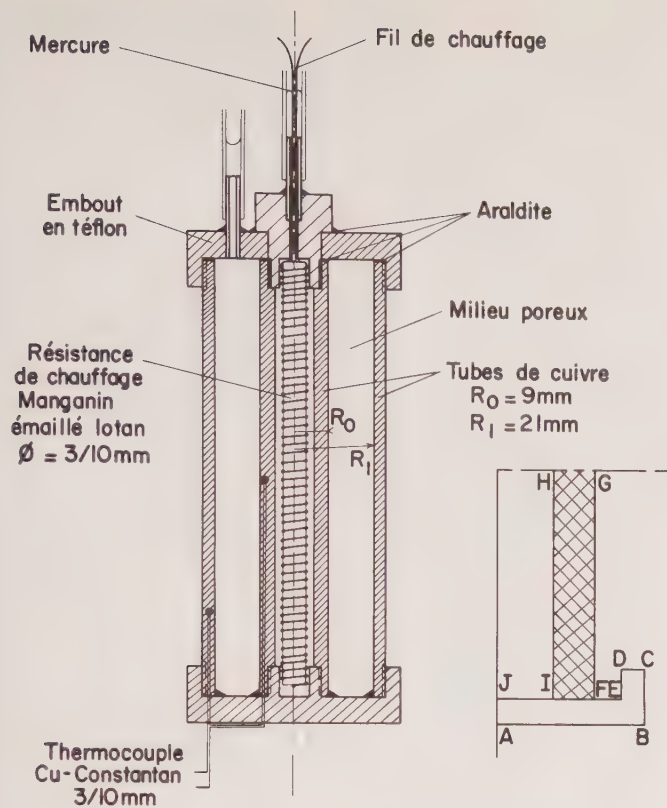


Figure 4-1

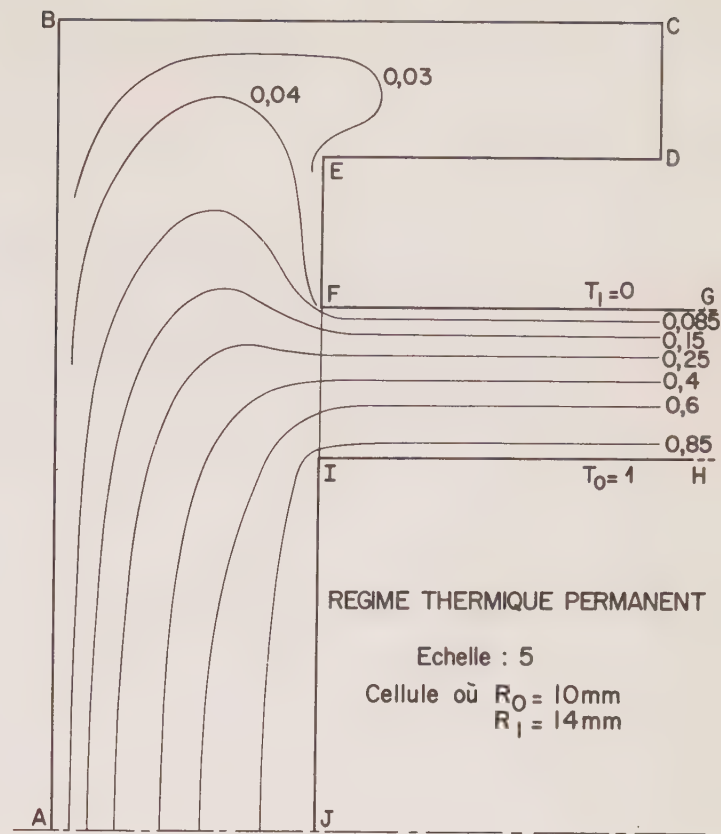


Figure 4-3

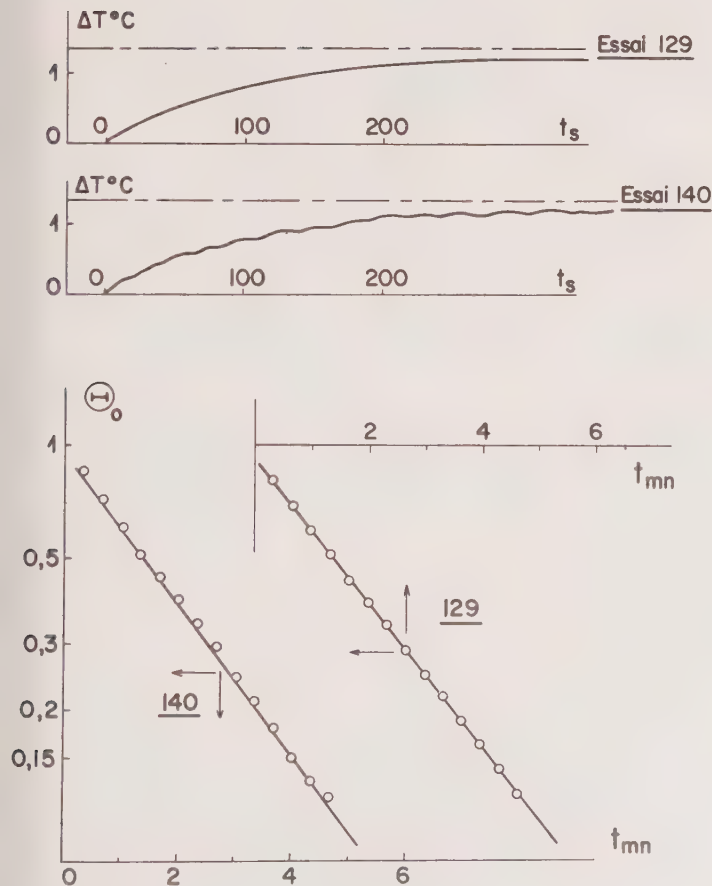


Figure 4-2

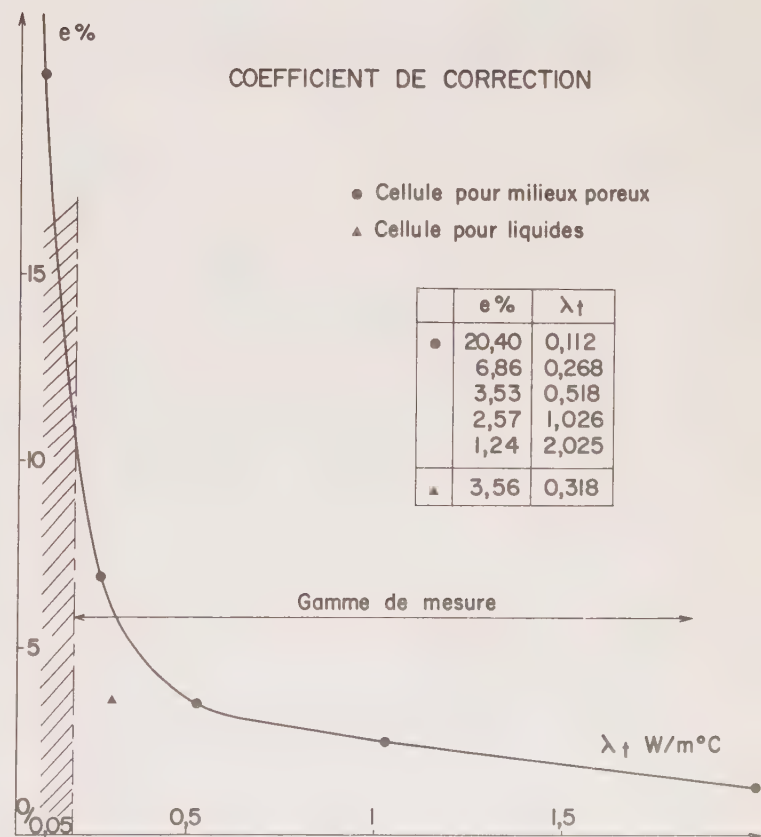


Figure 4-4

ETUDE ANALOGIQUE DU REGIME TRANSITOIRE

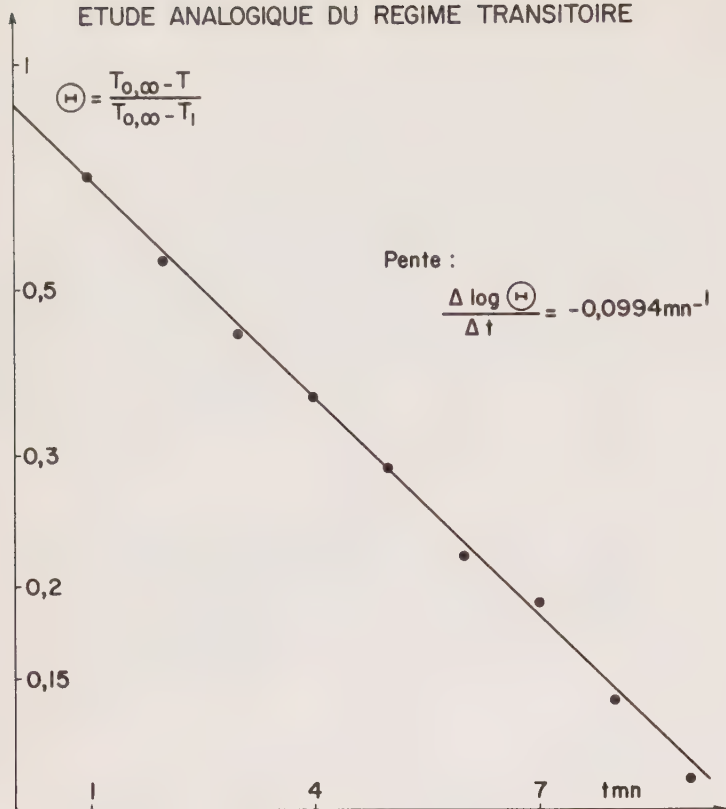


Figure 4-5

REGIME THERMIQUE TRANSITOIRE

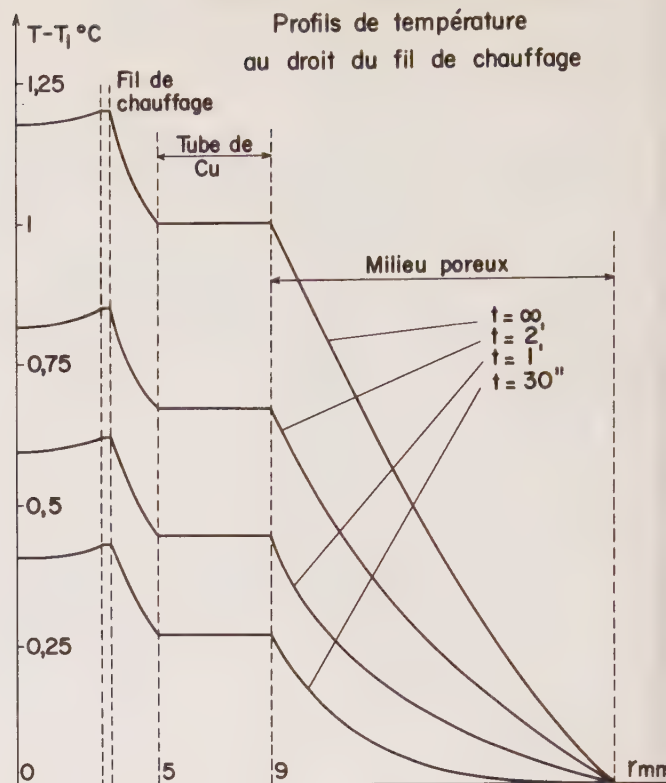


Figure 4-6

Billes de verre 500-630 μ
Porosité 0,36
Fluide saturant : eau

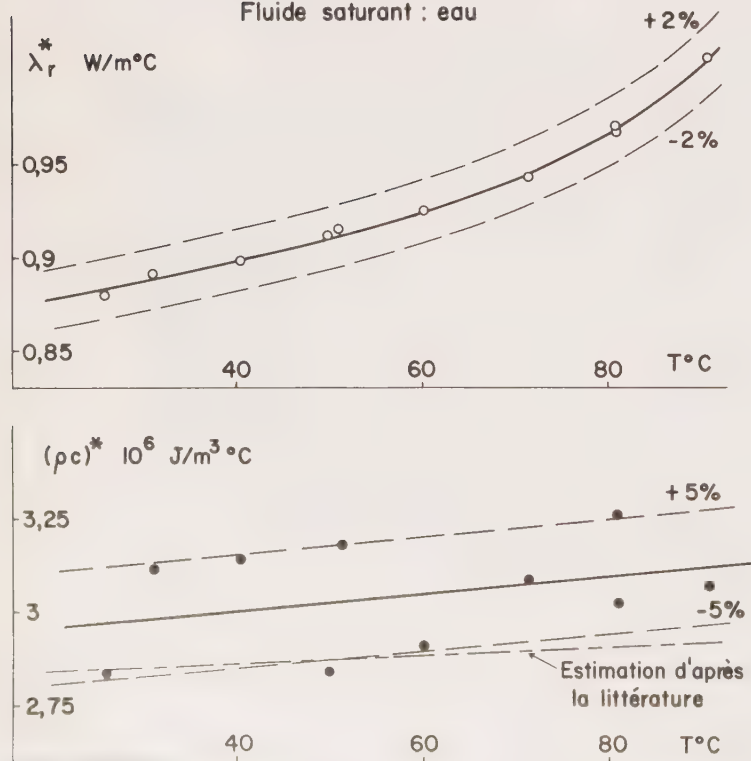


Figure 4-7

COEFFICIENT DE CORRECTION (effet de paroi)

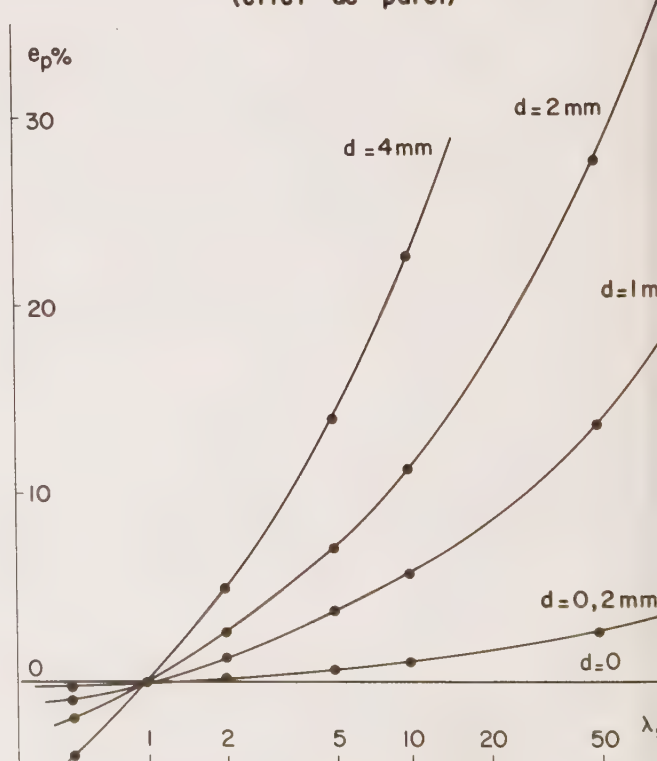


Figure 4-8

Les profils de température au sein du tube intérieur (figure 4.6) montrent nettement que la température n'y est pas tout à fait uniforme, caractère dont il convient cependant de ne pas exagérer l'importance (formes cylindriques). Si le chauffoir emmagasine plus de chaleur que nous ne l'envisageons dans nos calculs, à un instant donné, le ΔT réel est plus petit que celui correspondant au cas traité et la diffusivité calculée à partir des résultats expérimentaux réels sera donc légèrement plus grande que la diffusivité réelle. C'est bien ce qui est observé dans cette simulation analogique.

IV.6 - RESULTATS - PRECISION DES DETERMINATIONS

La figure 4.7 présente quelques-uns des résultats obtenus sur des milieux poreux non consolidés. Au vu de tels résultats nous sommes conduits à nous poser deux questions : quelle est la précision des déterminations des λ^* et $(\rho c)^*$ du milieu poreux effectivement en place dans la cellule de mesure ? Etant donné la faible taille de cette cellule le milieu qui y est analysé est-il représentatif d'un milieu "analogue" de plus grande taille (existence d'un effet de paroi) ?

IV.6.1 - Evaluation de λ^* - Dans l'évaluation de λ^* nous avons dénombré plusieurs sources d'erreurs :

- influence des extrémités, influence dont nous avons tenu compte (§ IV.5.1)
- dans la cellule elle-même, mise en coïncidence des axes des deux cylindres, réalisée à 3/10 mm près (un écart de 5/10 mm entraîne sur λ^* une erreur $\leq 8^\circ/\circ$) et montage des soudures de thermocouple dans un ciment moins conducteur que le cuivre (influence négligeable BIA 2).
- position de la cellule dans le bain thermostaté : elle peut avoir une influence si elle ne permet pas de maintenir T_1 rigoureusement uniforme : des essais ont montré que l'erreur introduite est $\leq 1\%$
- mesures de la f.é.m. de la batterie ($2^\circ/\circ$), des résistances du circuit de chauffage (1.10^{-4}), des résistances du circuit thermocouple ($\leq 1\%$).

A cause de ces diverses sources d'erreurs nous estimons que nous pouvons atteindre la conductivité thermique du milieu poreux mis en place avec une précision meilleure que 5%. On remarquera d'autre part que la dispersion des résultats est faible ($\leq 1\%$).

IV.6.2 - Evaluation de $(\rho_c)^*$ - Le processus même de la détermination de $(\rho_c)^*$ est la cause de la moins bonne précision avec laquelle sont atteintes les chaleurs volumiques. Ce fait est à imputer à la nature de la relation (4.13) liant β_n et ξ : un faible écart de la valeur de $[\beta_n^2 / (\rho_c)^*]_e$ entraîne un écart beaucoup plus important sur $(\rho_c)^*$. Ce mécanisme explique la dispersion beaucoup plus grande des points expérimentaux obtenus pour les valeurs de $(\rho_c)^*$ par rapport aux λ^* .

Les valeurs moyennes permettent cependant une estimation des caractéristiques réelles à mieux de 10%. Les chaleurs volumiques étant additives, il est possible d'évaluer directement $(\rho_c)^*$ par :

$$(\rho_c)^* = \varepsilon (\rho_c)_f + (1 - \varepsilon) (\rho_c)_s \quad (4.27)$$

Le fait de retrouver expérimentalement des valeurs correctes pour $(\rho_c)^*$ confirme la qualité de la détermination de λ^* dont la valeur est utilisée dans l'estimation de $(\rho_c)^*$.

IV.6.3 - Effet de paroi - La cellule de mesure n'a été utilisée que pour déterminer les caractéristiques de milieux dont le diamètre de grain est inférieur à 1800μ . Pour une telle dimension, un effet de paroi non négligeable existe, la comparaison des résultats obtenus avec la cellule de mesure et de quelques résultats d'une étude sur le transfert de chaleur en milieu poreux (BIA 1) a permis une estimation quantitative de l'effet de paroi sous la forme :

$$\lambda^* = \lambda_r^* (1 + e_p) \quad (4.28)$$

La figure (4.8) présente une estimation de e_p en fonction du diamètre de grain d et du rapport λ_s / λ_f . Dans la formule (4.28) λ_r^* représente la conductivité thermique du milieu mis en place dans la cellule - comme dans (4.26) - λ^* est la conductivité d'un milieu poreux de constitution identique (ε est évidemment un peu différent puisqu'il y a un effet de paroi non négligeable) de grande dimension.

o o o

En conclusion, nous pensons avoir mis au point une méthode de mesure susceptible de donner des indications précises sur λ^* et $(\rho_c)^*$ dans le cas de milieux poreux consolidés ou de faible granulométrie ou dans celui de matériaux solides isolants. Dans le cas de milieux de plus forte granulométrie les indications fournies sur λ^* sont moins précises mais néanmoins très utiles.

A N N E X E V

MODELES NUMERIQUES DE CONVECTION NATURELLE

Dans cette annexe nous décrivons d'une manière détaillée les différents modèles numériques utilisés, le premier d'entre eux, celui du rouleau convectif ayant été déjà développé en partie par AZIZ.

V.1 - ROULEAUX CONVECTIFS

Comme nous l'avons indiqué au chapitre 10, le régime permanent de convection est atteint comme la limite d'un régime transitoire défini par un temps fictif τ , températures et vitesses étant solution du système :

$$A^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z'^2} - A \left(U \frac{\partial \theta}{\partial x'} + W \frac{\partial \theta}{\partial z'} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} + A^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + A Ra^* \frac{\partial \theta}{\partial x'} = 0 \quad (5.2)$$

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial z'} \quad W = - \frac{\partial \psi}{\partial x'} \quad (5.3)$$

avec

$$A = H/L$$

Les équations sont remplacées par des équations approchées aux différences sur un maillage carré $N \times N$ (figure 5.1). Les distributions de température et de fonction de courant étant connues au temps τ , la distribution de température à $\tau + \Delta \tau$ est déterminée par une méthode implicite des directions alternées, les fonctions de courant étant ensuite calculées par surrelaxation par point (figure 5.2).

Dans l'utilisation du maillage comme dans la formulation des conditions aux limites par différences finies un certain nombre de variantes sont possibles. Le maillage étant explicité sur la figure 5.1 les conditions aux limites sont exprimées par :

$$\begin{aligned} & \theta_{i,1} = 1 \text{ et } \theta_{i,N+1} = 0 & \nabla_i \\ & \left\{ \begin{aligned} & \theta_{1,j} = \theta_{2,j} \\ & \theta_{N,j} = \theta_{N+1,j} \end{aligned} \right. & \nabla_j \\ & \psi_{i,j} = 0 \quad \text{pour } \begin{matrix} i = 1 \text{ ou } N+1 \\ j = 1 \text{ ou } N+1 \end{matrix} \end{aligned}$$

V.1.1 - Calcul de la distribution de température

Soit $\theta_{i,j}^{\circ}$ les températures au temps τ et $\theta_{i,j}$ les températures au temps $\tau + \Delta\tau$. Transformons l'équation (5.1) en une relation implicite aux différences en utilisant des expressions centrées au noeud i,j pour les dérivées d'espace, première et seconde, Δx désignant le pas d'espace dans les deux directions (le maillage est carré, sur un domaine carré) :

$$A^2 \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{\theta_{i,i+1} - 2\theta_{i,i} + \theta_{i,i-1}}{\Delta x^2} \quad (5.4)$$

$$- AU_{i,j}^{\circ} \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\Delta x} - AW_{i,j}^{\circ} \frac{\theta_{i,i+1} - \theta_{i,i-1}}{2\Delta x} = \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i,j}^{\circ}}{\Delta\tau}$$

* Dans la méthode des directions alternées développée par AZIZ, une première solution intermédiaire $\theta_{i,j}^*$ est obtenue par :

$$(B_X - \frac{2}{\Delta\tau}) \theta_{i,j}^* = (B_X + 2B_Z + \frac{2}{\Delta\tau}) \theta_{i,j}^{\circ} \quad (5.5)$$

$$1 < j < N+1$$

avec

$$B_X \alpha_i = \frac{A^2}{\Delta x^2} (\alpha_{i+1} - 2\alpha_i + \alpha_{i-1})$$

$$- \frac{AU_{i,j}^{\circ}}{2\Delta x} (\alpha_{i+1} - \alpha_{i-1})$$

et

$$B_Z \alpha_j = \frac{1}{\Delta x^2} (\alpha_{j+1} - 2\alpha_j + \alpha_{j-1}) - \frac{AW_{i,j}^{\circ}}{2\Delta x} (\alpha_{j+1} - \alpha_{j-1})$$

Le système formé par les relations (5.5) correspondant à une ligne $j = \text{cste}$, définit une relation matricielle entre une matrice colonne inconnue $(\theta_{i,j}^*)$, une matrice colonne second membre $(\theta_{i,j}^{\circ})$, la matrice carrée des coefficients étant tridiagonale, soit :

$$\begin{pmatrix} a_2 & a_3 & 0 & 0 \\ a_4 & a_5 & a_6 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \cdot (\theta_{i,j}^*) = (\theta_{i,j}^{\circ})$$

—— Milieu effectivement simulé

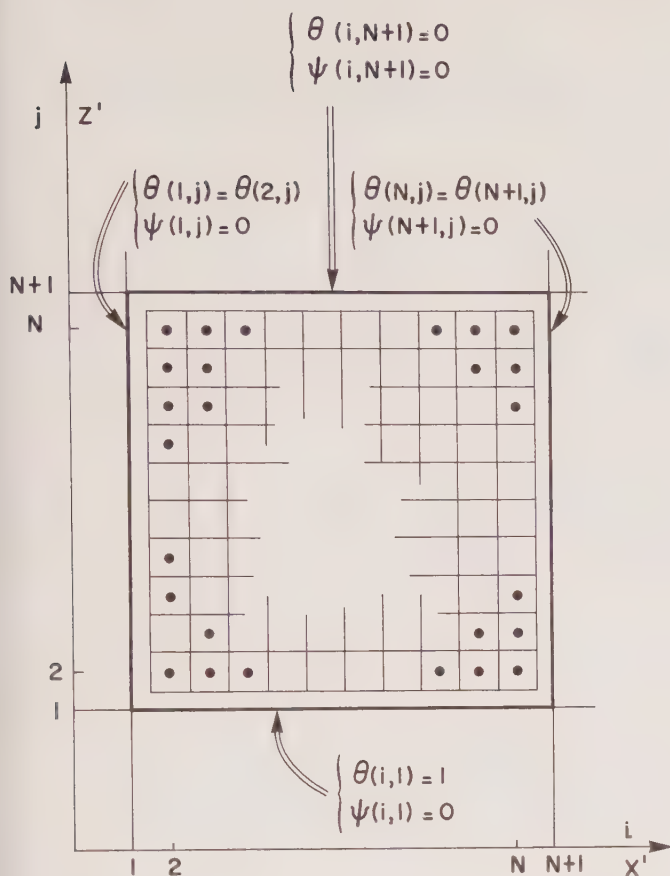


Figure 5 - 1

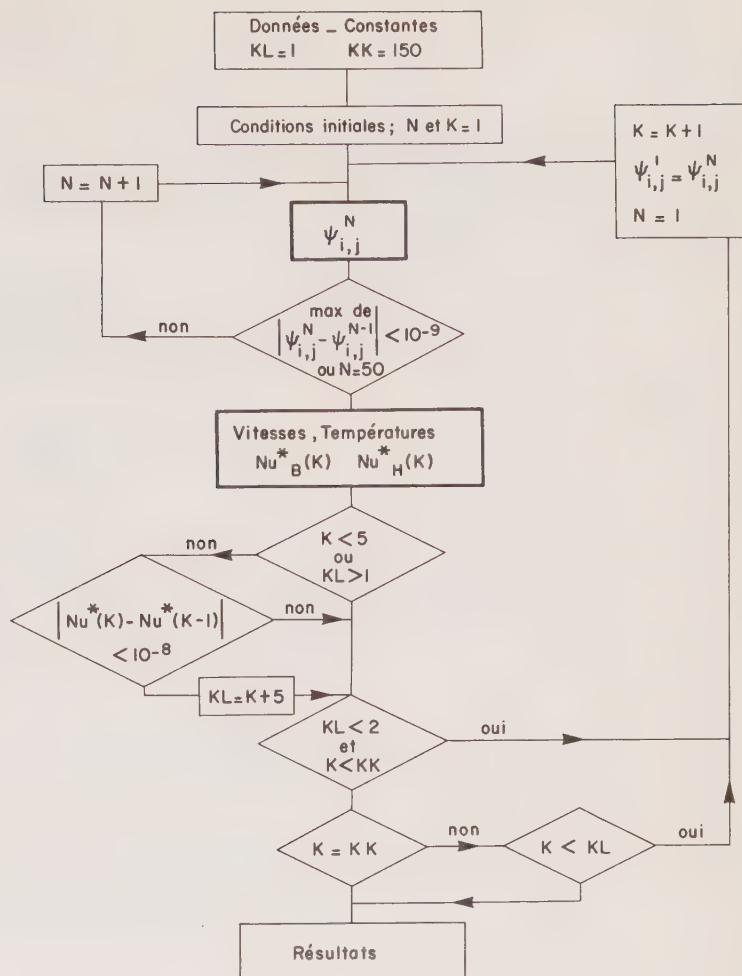


Figure 5 - 2

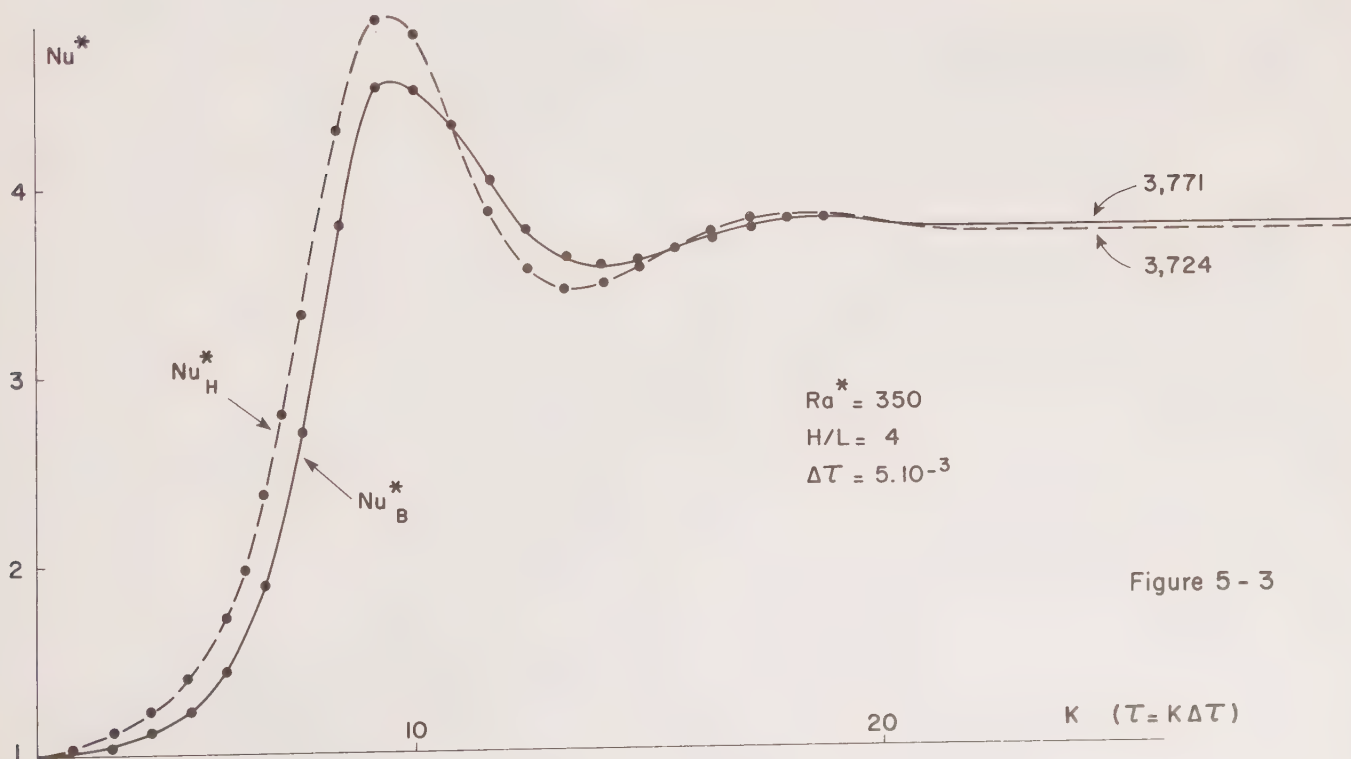


Figure 5 - 3

avec $a_1 = a_{3.(N+1)} = 0$. L'algorithme de résolution est classique. Définissons b_i et c_i par :

$$b_1 = \frac{a_3}{a_2} ; b_i = \frac{a_{3i}}{a_{3i-1} - a_{3i-2} b_{i-1}}$$

$$c_1 = \frac{\theta_{i,j}^0}{b_1} ; c_i = \frac{\theta_{i,j}^0 - a_{3i-2} c_{i-1}}{a_{3i-1} - a_{3i-2} b_{i-1}}$$

$$2 \leq i \leq N+1$$

Les $\theta_{i,j}^*$ sont évalués par récurrence :

$$\theta_{N+1,j}^* = c_{N+1}$$

$$\theta_{i,j}^* = c_i - b_i \theta_{i+1,j}^* \quad 1 \leq i \leq N$$

La solution $\theta_{i,j}$ est ensuite obtenue par :

$$(B_Z - \frac{2}{\Delta \tau}) \theta_{i,j} = B_Z \theta_{i,j}^0 - \frac{2}{\Delta \tau} \theta_{i,j}^* \quad (5.6)$$

Le système d'équations (5.6) est résolu colonne par colonne en utilisant le même algorithme de résolution que précédemment.

V.1.2 - Calcul de la distribution de fonction de courant

L'équation (5.2) est remplacée par la relation aux différences suivante :

$$\frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta x^2} + A^2 \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta x^2} + A.R_a^* \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2\Delta x} = 0$$

La distribution des fonctions ψ est donc calculée par surrelaxation par point, la fonction $\psi_{i,j}$ à l'itération $n+1$ étant évaluée par :

$$\begin{aligned} \psi_{i,j}^{n+1} = & \psi_{i,j}^n + \frac{\omega}{2(1+A^2)} \left\{ \psi_{i,j-1}^{n+1} + \psi_{i,j+1}^n - 2(1+A^2) \psi_{i,j}^n \right. \\ & \left. + A^2 (\psi_{i-1,j}^{n+1} + \psi_{i+1,j}^n) + \frac{A Ra^* \Delta x}{2} (\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}) \right\} \end{aligned} \quad (5.7)$$

La valeur ω du coefficient de surrelaxation utilisée n'a pas été calculée directement; nous avons utilisé l'expression donnée par YOUNG (AZIZ 2), dans le cas d'un maillage rectangulaire, soit :

$$\omega = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - (\frac{1}{2} \cos A\pi \Delta x + \frac{1}{2} \cos \pi \Delta x)^2}} \quad (5.8)$$

Pour un temps fictif donné, la distribution de température étant déterminée le processus itératif de calcul de la fonction de courant est poursuivi jusqu'à ce que le nombre d'itérations soit égal à 50 ou que la valeur maximale des $|\psi_{i,j}^{n+1} - \psi_{i,j}^n|$ dans le domaine de calcul soit inférieure à 10^{-9} .

V.1.3 - Champ de vitesse

Le champ de vitesse est déterminé à l'aide des équations (5.3) qui définissent, sous forme adimensionnelle, les deux composantes du vecteur vitesse :

$$\begin{aligned} U_{i,j} &= \frac{1}{2 \Delta x} [\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}] \\ W_{i,j} &= \frac{-1}{2 \Delta x} [\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j}] \end{aligned} \quad (5.9)$$

lorsque $1 < i < N+1$ et $1 < j < N+1$

D'autre part aux limites verticales du modèle les vitesses sont exprimées à l'aide de :

$$\begin{aligned} W_{1,j} &= - \frac{\psi_{2,j}}{\Delta x} \\ W_{N+1,j} &= \frac{\psi_{N,j}}{\Delta x} \quad 1 < j < N+1 \end{aligned}$$

Les composantes horizontales de la vitesse sur les plaques horizontales ne sont pas calculées.

V.1.4 - Conditions initiales du calcul

A l'instant fictif $\tau = 0$ nous choisissons une solution différente du repos pour préciser le sens de rotation des mouvements convectifs. Nous utilisons une distribution de température cohérente et calculons ensuite par sur-relaxation par point le champ de ψ qui lui est associé. Le calcul est ensuite poursuivi normalement en incrémentant le temps fictif τ . La distribution initiale de température choisie est de la forme :

$$\theta_0 = 1 - z' + \alpha \left(\frac{1}{2} - x' \right) \sin (\pi z') \quad (5.10)$$

avec $\alpha < \frac{2}{\pi}$. La valeur de α généralement utilisée est 0,05.

V.1.5 - Calcul à chaque pas de temps du transfert de chaleur global

En dehors du fait qu'elle constitue l'un des buts même du calcul entrepris, la connaissance du transfert de chaleur global, exprimé en terme de nombre de Nusselt est indispensable à l'évolution du programme numérique. C'est sur le transfert de chaleur global que sont effectués les tests de fin de calcul, lorsque le régime thermique permanent est atteint. Il nous est apparu difficile de déterminer le nombre de Nusselt au voisinage immédiat des deux limites horizontales isothermes et nous avons donc effectué cette mesure à travers deux plans horizontaux définis par :

$$\begin{aligned} j = 5 & \Rightarrow Nu_B^* (\tau) \\ j = N-5 & \Rightarrow Nu_H^* (\tau) \end{aligned}$$

Dans le calcul de Nu_B^* et Nu_H^* , à chaque pas de temps fictif, sont pris en compte les flux de chaleur échangés par convection :

$$\begin{aligned} Nu_j^* &= \frac{\theta_{1,j-1} - \theta_{1,j+1}}{4} + \frac{A \Delta x}{2} W_{1,j} \theta_{1,j} \\ &+ \sum_{i=2}^N \left[\frac{\theta_{i,j-1} - \theta_{i,j+1}}{2} + A \Delta x W_{i,j} \theta_{i,j} \right] \\ &+ \frac{\theta_{N+1,j-1} - \theta_{N+1,j+1}}{4} + \frac{A \Delta x}{2} W_{N+1,j} \theta_{N+1,j} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Le calcul numérique développé à partir de l'instant $\tau = 0$ se développe jusqu'à ce que les deux relations suivantes soient satisfaites :

$$| \text{Nu}_B^* (\tau + \Delta\tau) - \text{Nu}_B^* (\tau) | < 10^{-8}$$

$$| \text{Nu}_H^* (\tau + \Delta\tau) - \text{Nu}_H^* (\tau) | < 10^{-8}$$

Rappelons que les nombres de Nusselt sont ≥ 1

A la fin du calcul les nombres de Nusselt obtenus Nu_B^* et Nu_H^* sont égaux à 10^{-2} , 10^{-3} près (figure 5.3).

V.1.6 - Mise en oeuvre du modèle

Le maillage que nous avons le plus fréquemment utilisé correspond à $N = 20$. Nous avons vérifié que la précision du résultat, en régime permanent, est, dans certaines limites, indépendante de la finesse du maillage et du choix de $\Delta\tau$: certains essais numériques ont été réalisés avec $N = 36$ et $\Delta\tau$ a été choisi suivant les essais égal à $(2 - 5 - 10 - 20 \text{ ou } 80) \cdot 10^{-3}$. Le temps de calcul nécessaire à l'obtention d'un régime permanent dépend évidemment des valeurs de Ra^* et de H/L . Lorsque le programme est utilisé sur un ordinateur C D C 6600, le temps de calcul varie de 30 secondes environ pour les fortes valeurs du nombre de Rayleigh à une dizaine de minutes dans des conditions très proches de l'apparition de la convection ($\text{Ra}^* = 42$ par exemple).

V.2 - CELLULES DE CONVECTION CYLINDRIQUES

Afin de mieux représenter les cellules polyédriques de convection naturelle, à base hexagonale nous avons également simulé numériquement une cellule cylindrique de hauteur H et de rayon L . Le système d'équations équivalent au système (5.1) (5.2) et (5.3) est écrit en utilisant également le concept de fonction de courant :

$$A^2 \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial \theta}{\partial r'} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z'^2} - A \left(U \frac{\partial \theta}{\partial r'} + W \frac{\partial \theta}{\partial z'} \right) \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z'^2} + A^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r'^2} + A \text{Ra}^* r' \frac{\partial \theta}{\partial r'} = 0 \quad (5.13)$$

$$U = \frac{1}{r'} \frac{\partial \psi}{\partial z'} \quad W = - \frac{1}{r'} \frac{\partial \psi}{\partial r'} \quad (5.14)$$

Le calcul numérique se développe de la même manière que dans le cas de rouleaux convectifs.

Dans le calcul de la distribution de température par différences finies, le terme $[A^2/r' \cdot \partial\theta/\partial r']$ est explicité par :

$$\frac{A^2}{r'_i} \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2 \Delta x}$$

La solution intermédiaire $\theta_{i,j}^*$ est obtenue par :

$$(B_R - \frac{2}{\Delta \tau}) \theta_{i,j}^* = - (B_R + 2 B_z + \frac{2}{\Delta \tau}) \theta_{i,j}^0 \quad (5.15)$$

avec $B_R \alpha_i = B_x \alpha_i + \frac{A^2}{r'_i} (\alpha_{i+1} - \alpha_{i-1})$

l'expression de B_z restant inchangée.

Le calcul des fonctions de courant est réalisé en remplaçant l'équation (5.13) par la relation aux différences :

$$\frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta x^2} + A^2 \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta x^2} + A Ra^* r'_i \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i-1,j}}{2 \Delta x} = 0 \quad (5.16)$$

ψ est calculé par surrelaxation par point, en utilisant comme valeur du coefficient de surrelaxation la valeur définie par (5.8)

Le maillage choisi est analogue à celui présenté sur la figure 5.1 à pas d'espace constant Δx , le rayon correspondant à l'indice 2 étant pris égal à Δx . Le calcul du transfert de chaleur global s'effectue enfin par une relation, analogue à (5.11), qui tient compte de la géométrie de la cellule.

D E U X I E M E T H E S E

Propositions données par la Faculté

ANALYSE DES ETAPES PHYSIQUES ET CHIMIQUES
DU PHENOMENE DE COMBUSTION
A CO-COURANT EN MILIEU POREUX

Vu et approuvé

Paris, le 22 décembre 1970
Le Doyen de la Faculté des Sciences
de Paris

L. GAUTHIER

Vu
et permis d'imprimer

Le Recteur de l'Académie
de Paris
R. MALLET

